

中國海洋大學



National Innovation and Entrepreneurship Training Project

Concluding Report

Project Number: 201710423036

Project Name: Research on Wide Band Back
Negative Reflection

Beginning Time: 12/2016-05/2018

Leader: Xiaoyu Niu

Department: Ocean Technology Department

Phone Number: (+86)17854229092

E-mail: xiaoyuuniu@gmail.com

Advisor: Gaokun Yu

May 10th, 2018

Ocean University of China

Abstract

When the Bragg Resonance and Helmholtz Resonance matter at the same time, acoustic reflective wave would produce some abnormal phenomenon at the interface: general reflective wave disappear, in place of the anti-incident oriented acoustic wave, which's called negative reflective phenomenon. At the aspects of two and three dimensions, our team has finished deep and concrete research on the theory, emulation and experiment of negative reflection phenomenon. At present, we have a good and distinct commend of negative reflective phenomenon.

In this project, coupling of local resonance is introduced into cylinder periodical structure and Helmholtz resonator structure. And then, we make use of periodical local resonance to realize the control of wave surface. Furthermore, we have calculated the cause of the negative reflection phenomenon and the relation among reflection coefficient, reflection configuration and incident acoustic signal parameters.

In addition, the accomplishment of this project has been announced in the *Applied Physics Express*, titled *Broadband and wide-angle blazed acoustic gratings using multiple coupled Helmholtz resonators* (number: Appl. Phys. Express 10, 097201 (2017)). We have applied a national patent for innovation, *programmable device for controlling the wave surface*, which has been in public, and Publican Number is CN106898344A. we have applied a national patent for innovation, *correcting system for pipeline of wave reflection and relevant method on realizing*, which has been in public, and Publican Number is CN106949921A.

Finally, we are trying our best to apply this project into social production and lives. Thus, we design voice wedge. Artificial meta material has been booming, which are used for the control of wave surface, since 2000. After twenty years, there is much breakthrough at the aspect of theory. Nevertheless, meta material has not been well used for applied-science field. Therefore, it is significant that the voice wedge designed by this project plays an essential role in meta-material applied-science field.

Key words: interference; local resonance; wave surface control; negative reflection; voice wedge

摘要

Bragg 共振和 Helmholtz 共鸣器的共振同时发生时，声波在界面上的反射会出现异常：通常的反射波消失，取而代之的是出现逆入射反向的反射，以下称此异常现象为负反射。本小组在二维和三维两个维度上，对负反射的理论、仿真、实验进行了深入的学习和研究。目前，已经对负反射现象有了较为全面清晰的认识。本项目将多局域共振耦合的物理机制引入柱状周期结构和亥姆霍兹共鸣器周期结构，利用周期性局域共振实现对声波波阵面的操控，进而推导研究了负反射现象的成因及反射系数对反射结构以及入射信号参数的依赖关系。

此外，本项目在 SCI 二区期刊，已发表论文《Broadband and wide-angle blazed acoustic gratings using multiple coupled Helmholtz resonators》(Appl. Phys. Express 10, 097201 (2017))；申请国家发明专利《可编程波振面操控装置》，已获公开，公开号 CN106898344A；申请国家发明专利《声波反射导管相位校准系统及校准方法》，已获公开，公开号 CN106949921A。

最后，本项目将该研究应用于实际社会生产生活中，设计了自然声返听音响。从 2000 年开始，声波波阵面操控的人工超构材料开始火热兴起。二十年过去了，理论上已经有了长足的飞跃，但超材料领域一直没有很好的应用。本项目设计的自然声返听音响，能够大大促进超材料在应用科学领域的发展。

关键词： 干涉 局域共振 波阵面操控 负反射 自然声返听音响

目录

摘要.....	错误!未定义书签。
1.研究背景及现状.....	6
2.研究目的及应用.....	8
3.基本理论.....	9
3.1 干涉相消.....	9
3.11 叠加原理.....	9
3.12 声波的干涉现象.....	10
3.2 广义 Snell 定律	11
3.3 管内声场.....	11
4.研究内容.....	13
4.1 多局域共振耦合物理机制实现背向反射.....	13
4.1.1 多局域共振耦合机制的初步研究.....	13
4.1.2 宽带干涉相消的物理机制.....	13
4.2 二维负反射的研究.....	14
4.2.1 声学模型.....	14
4.2.2 公式推导.....	15
4.2.3 二维负反射现象的仿真.....	20
4.2.4 局域共振耦合周期结构.....	25
4.2.5 二维负反射现象的验证实验.....	27
4.2.6 二维负反射实验.....	32
4.3 三维负反射现象的探究.....	38
4.31 三维负反射现象的探究意义——返听音箱.....	38
4.32 理论研究.....	39
4.33 实验仿真.....	48
5.总结.....	59
5.1.研究内容的特色与创新.....	59

5.2.项目完成及取得的成果.....	59
5.3.项目未来展望.....	59
5.4.团队成员项目感受.....	60
6.参考文献.....	65
7.致谢.....	66
附件一：《Broadband and wide-angle blazed acoustic gratings using multiple coupled Helmholtz resonators》	
附件二：国家发明专利《可编程波振面操控装置》	
附件三：国家发明专利《声波反射导管相位校准系统及校准方法》	

1.研究背景及现状

声波在周期界面上的反射是长期以来广为关注的问题。对于入射声波的波长远大于周期间隔的情形，相关的工作可以追溯到 Rayleigh 的早期研究。利用平面波展开的方法，他研究了声波在具有周期性凹槽的刚性界面上的反射问题。上世纪 80 年代中期，Mankowitz 等人则利用渐进匹配法，研究了声波在周期镶嵌共振腔的刚性界面上的反射特性。另一方面，入射波长和周期间隔相当之情形也颇受关注。例如，Smits 和 Korsten 利用瑞利波函数展开法，研究了周期镶嵌共振腔的消声特性。

在光学系统中，当周期性满足 Bragg 共振条件时，反射光栅上第 0 阶反射波完全消失，而只存在第 (-1) 阶的传播性散射波，此现象被“完美反光”。且如果周期界面具有 90° 角的台阶式分布且发生纵向共振时，TM 光学模式的完美散射确实存在。随后完美 (100%) 或高效率的反射和透射光栅被设计和制造，并被应用于光学领域。对于两层介质的周期性介质，负反射近年来受到了广泛的关注。而双共振是这类现象产生的共同根源。与之相关的是近年来开展的光学或声学穿孔板的亚波长异常透射现象的研究。

目前已有文献证明，在双共振条件下，即因界面周期性和导致的 Bragg 共振和 Helmholtz 共鸣器的共振同时发生时，声波在界面上的反射会出现异常：通常的反射波消失，取而代之的是出现逆入射反向的反射，以下称此异常现象为背向声反射（因反射角是原入射角的负值，故也可称之为：负反射）。

界面的周期结构不但引入了其它高次可传播的模式，还形成了非传播的表面渐逝波。这些非传播模式相当于在界面处引入了声辐射抗。而局域共振单元可以呈现容性。从本质上来看，正是高次可传播模式的存在、以及表面声抗与局域单元容抗之间的平衡所引起的局域共振，导致了负反射现象的出现。

此外，降低目标的声散射截面也一直是研究者们所普遍关注的问题，尤其在军事方面有着广泛的应用。目前潜艇的隐身主要是通过涂敷吸波涂层，以达到降低散射截面的目的。又由于材料的吸声系数随着频率的降低而减小，这就使得低频吸声需要极厚的吸波涂层。虽然近年来变换声学的发展为目标散射截面的降低提供了一种新的研究思路，但这种设计思路对于材料的要求特别高（主要为媒质

的非各向同性)。从实际应用的角度来讲,并不需要完美的声学隐身,比如主动声呐回波探测目标,主要通过对背向回波进行检测来判别目标。倘若我们可以设计一些特殊的平板结构来覆盖目标,通过平板结构界面声阻抗的变化调控入射波的反射,减小目标的背向回波,则可达到降低目标散射截面的效果。这种方式被称为声波阵面操控,此方式在物理上容易实现,而且是低频段降低水下目标声散射截面的一个不错选择。所以我们的国创也尝试实现干涉相消的声波阵面操控,从而为实现水下目标声散射截面的降低做准备。

目前,电磁波领域发展了一些降低雷达散射截面的波阵面操控方法,即通过抑制法向反射或镜面反射波来实现。例如,研究者们尝试使用理想电导体和人造磁导体构建类似棋盘一样的平板结构来减小散射波的强度。由于从电导体上的反射波与从磁导体上的反射波相位差为 π ,导致反射波干涉相消。类似的干涉相消的效果也可以由两种具有不同共振频率的人造磁导体单元来实现。此外,对于非垂直入射的情形,甚至有可能出现背向增强的现象。为了克服这个缺点,研究者们通过随机地选择每个单元的反射相位,导致反射波干涉相消,使得散射声波的能量分布在很宽的角度范围内,形成漫反射波,当然是在保证背向散射最弱的前提下。相关的研究最近已经在电磁波领域展开,即利用粒子群优化算法实现最优单基地雷达散射截面的降低。目前已有文献表明单基地雷达散射截面最高可以降低 30dB,而在整个 X 波段可以达到 10dB 以上。

虽然电磁波领域对如何降低雷达的散射截面目前已取得了不少进展,但声学领域对如何利用声波阵面操控降低水下目标散射截面的研究还较少,目前更多关注的是在空气中如何操控声波阵面。波阵面操控这个概念起源光学或者射频电磁波,但是声学领域一些较早的共振散射研究也体现出了波阵面操控的意图。例如,在 2011 年,张亚东在《声学学报》提出了全背向声反射的研究,其利用局域共振(Helmholtz 共鸣器)和 Bragg 共振相互作用达到对声波束的控制。在 2013 年,两个研究小组将光学中的广义 Snell 定律引入到声学领域来实现声的异常反射。前者在 Bragg 共振和 Helmholtz 共振接近时实现了全背向声反射,但是相应的带宽较窄,后者通过调节不同的局域单元的共振频率,实现反射相位的改变,从而达到对声波束进行调控的目的,但是其实现的声学结构非常的复杂,需要借助 3D

打印技术来实现。在 2015 年，研究者们提出了一种非周期的梯度型梳状结构来实现宽带声波束操控，其中声波束的方向主要取决于广义 Snell 定律，而结构长度的有限会引起的一定的衍射效应；而另一篇文献对周期的梯度型梳状结构研究表明声波束最终的方向不仅取决于广义 Snell 定律，还取决于 Bragg 散射定律，导致可用于操控声波束的频带宽度变窄。但是在一定的带宽范围内镜面反射波被大大的抑制，这意味着对于垂直入射的情形，背向回波被大大的削弱。需要指出的是这种梯度型梳状结构是由一系列深度不相等的窄槽构成，通过窄槽的深度调控反射声波的相位。

2.研究目的及应用

射频电磁波的一些研究表明，通过合理设计电磁波的频率选择平面，可以在宽带范围内使得反射相位或者透射相位对频率的依赖关系为线性，则可以通过设计多层结构或者单层多共振结构来实现。虽然电磁波和声波存在很大的区别，但是很多现象存在一定的相似性，例如：我们团队的指导老师最近的一项研究，“干涉引起的角度无关的声学透明现象”，实际上就是声学领域的频率选择平面，透射相位的剧烈变化特性也基本一致。

基于对上述相似性的认识，我们团队在郁老师的指导下尝试利用多局域共振耦合的物理机制调控反射声波的相位，使之在宽带范围内线性依赖于频率，并在此基础上努力实现干涉相消的声波阵面操控方式实现水下目标声散射截面的降低。其中“多局域共振耦合”指的是利用多个局域共振结构构成复合结构，使得它们之间的距离远小于波长，从而存在互相耦合，导致反射相位在宽带范围内线性依赖于频率。此外，“干涉相消的声波阵面操控方式”指的是利用不同的多局域共振耦合单元构建板结构，通过控制多共振耦合单元之间的反射相位差来实现干涉相消，达到降低声散射截面的目的。因为多个局域共振互相耦合可以拓宽工作带宽，并且水下局域共振结构的尺度又可以做到远小于声波的波长，这意味着我们所设计的平板结构在低频段降低目标声散射截面方面有着重要的应用前景，能够为潜艇在水下实现声隐身提供新的解决方法。

此外，返听音响是主要用在大型晚会、音乐节等需要用到大型音响进行扩声场合的重要设备，它与主声道音响不同，主声道音响主要面对的是观众，而反听

音响则主要是给歌手、乐手等表演者使用，用于将伴奏及时地反馈到表演者的耳朵中，让表演者的声音与伴奏融合在一起。目前的电声返听音响发展得已较为成熟，能够很好地满足舞台演出的需要。然而对于正规的音乐厅而言（以维也纳金色大厅为代表），为了能够展现出原汁原味的音乐，通常要求不准使用电声，所以尽管目前技术上已经较为成熟的电声音响无法用于解决大型音乐厅的扩音或返听问题。但在跟指导老师进行交流之后，我们认识到负反射的相关原理可以用于解决这一问题，实现在大型音乐厅中用声学人工超构材料替代电声音响实现返听效果。

3.基本理论

在双共振条件下，即因界面周期性而导致的 Bragg 共振和 Helmholtz 共鸣器的共振同时发生时，声波在界面上反射出现异常，通常的反射波消失，取而代之的是出现逆入射方向的反射，我们称此种现象为负反射，也可称之为背向反射。

我们要研究这一现象必须首先要明确与该现象形成有关的原理、相关声学参量之间的关系以及该现象形成条件。与负反射现象相关的声学理论知识主要包括：干涉相消、半波损失，广义斯奈尔定律，管内声场，Bragg 共振、Helmholtz 共鸣器输入阻抗以及其他相关声学知识等。现在主要介绍一下干涉相消、广义斯奈尔定律和管内声场。

3.1 干涉相消

3.1.1 叠加原理

设有两列声波，它们的声压分别为 p^1 和 p^2 ，其合成声场的声压设为 p 。合成声场满足波动方程

$$\nabla^2 p = \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2}$$

另一方面，声压 p^1 和 p^2 也分别满足声波方程：

$$\nabla^2 p_1 = \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p_1}{\partial t^2}$$

$$\nabla^2 p_2 = \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p_2}{\partial t^2}$$

将上面两式相加，由于每个方程都是线性的，所以得到

$$\nabla^2(p_1 + p_2) = \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2(p_1 + p_2)}{\partial t^2}$$

考虑到声学边界也是连续的，所以得到

$$p = p_1 + p_2$$

所以，两列声波合成声场的声压等于每列声波的声压之和，这就是声波的叠加原理。

3.12 声波的干涉现象

两列具有相同频率、固定相位差的声波的叠加，会发生干涉现象。

设到达空间某位置的两列声波分别为

$$p_1 = p_{1a} \cos(\omega t - \varphi_1)$$

$$p_2 = p_{2a} \cos(\omega t - \varphi_2)$$

相位差 $\psi = \varphi_2 - \varphi_1$ 不随时间变化，由叠加原理，合成声场的声压为：

$$p = p_1 + p_2 = p_{1a} \cos(\omega t - \varphi_1) + p_{2a} \cos(\omega t - \varphi_2) = p_a \cos(\omega t - \varphi)$$

式中：

$$p_a^2 = p_{1a}^2 + p_{2a}^2 + 2p_{1a}p_{2a} \cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$

$$\varphi = \arctan \frac{p_{1a} \sin \varphi_1 + p_{2a} \sin \varphi_2}{p_{1a} \cos \varphi_1 + p_{2a} \cos \varphi_2}$$

将上面两式两边同时对事件取平均即可得合成声压的平均能量密度为：

$$\bar{\varepsilon} = \bar{\varepsilon}_1 + \bar{\varepsilon}_2 + \frac{p_{1a}p_{2a}}{\rho_0 c_0^2} \cos \psi$$

在某些位置上 $\psi = 0, \pm \pi, \pm 3\pi, \dots$ 这意味着两列声波始终以相反相位到达，如果 $p_{1a} = p_{2a}$ ，那么这些位置上，合成声压幅值及平均声能量密度为零，这就是声波干涉现象。

所以，我们可以总结为，干涉，即两列或多列同频率相位差固定的波在空间中共存时叠加在一起形成一系列新的波的现象；两列波相位相同时，叠加后幅值加倍；当两列波相位差为 π 时，即两列波恰好相反时，叠加后幅值为 0，即干涉相消。

3.2 广义 Snell 定律

$$\theta_i = \theta_r$$

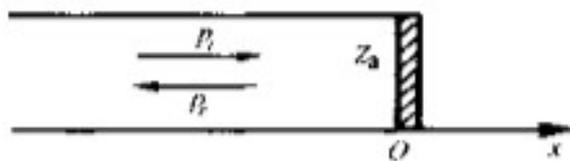
$$\frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_t} = \frac{k_2}{k_1} = \frac{c_1}{c_2}$$

其中 $\theta_i, \theta_r, \theta_t$ 分别为声波的入射角、反射角和折射角，这就是著名的斯奈尔声波反射和折射定律，它说明声波遇到分界面时，反射角等于入射角，而折射角的大小与两种媒质中声速之比有关。广义上的斯奈尔定律，即

$$k \sin \theta_r = k \sin \theta_i + m \frac{2\pi}{\lambda}$$

我们所研究的是在广义斯奈尔定律上的创新，实现周期非局域性的共振，扩大负反射的带宽。

3.3 管内声场



如图建立坐标系，以管口外-管内方向为 x 轴正方向，以管口为坐标原点，设管长为 l ，管中存在入射波与反射波，分别以 p_i 和 p_r 表示，设管的末端负载的声阻抗率为 Z_{sl} ，管的输入声阻抗率为 Z_{s0} 。

将入射波和反射波的质点速度表示为如下

$$v_i = v_{ai} \exp(j\omega t - jkx)$$

$$v_r = v_{ar} \exp(j\omega t + jkx)$$

其中，入射波质点速度幅值为 $v_{ai} = \frac{p_{ai}}{\rho_0 c_0}$ ，反射波质点速度幅值为：

$$v_{ar} = -p_{ar} / \rho_0 c_0$$

于是管中任意处声压为入射声压与反射声压的叠加，即：

$$p = p_i + p_r$$

质点速度亦可表示为叠加形式，即：

$$v = v_r + v_i = \frac{p_i}{\rho_0 c_0} + \frac{p_r}{\rho_0 c_0}$$

此时可以计算管中任意位置的声阻抗率：

$$Z_s = p/v = \rho_0 c_0 \frac{p_{ai} \exp(-jkx) + p_{ar} \exp(jkx)}{p_{ai} \exp(-jkx) - p_{ar} \exp(jkx)}$$

上文设 l 处即管的末端声阻抗率为 Z_{sl} ，则：

$$Z_{sl} = p_l/v_l = \rho_0 c_0 \frac{p_{ai} \exp(-jkl) + p_{ar} \exp(jkl)}{p_{ai} \exp(-jkl) - p_{ar} \exp(jkl)}$$

同理带入 $x = 0$ ，以得到管口处声阻抗率：

$$Z_{s0} = p_0/v_0 = \rho_0 c_0 \frac{p_{ai} + p_{ar}}{p_{ai} - p_{ar}}$$

联立上面两式可得管的声阻抗率：

$$Z_{s0} = \rho_0 c_0 \frac{Z_{sl} + j\rho_0 c_0 \tan kl}{\rho_0 c_0 + jZ_{sl} \tan kl}$$

由此可见，负反射现象所涉及的声学知识非常地多，上面只就几个重要的理论基础作了简要的说明。所以研究负反射首先要做的就是学习声学基础知识，只有具备了一定的理论功底，才能明白该现象的原理进而进行下一步的公式推导。

4. 研究内容

4.1 多局域共振耦合物理机制实现背向反射

4.1.1 多局域共振耦合机制的初步研究

射频电磁波的一些研究表明，通过合理设计电磁波的频率选择平面（FSS），可以在宽带范围内使得反射相位或者透射相位对频率的依赖关系为线性，这可以通过设计多层结构或者单层多共振结构来实现。虽然电磁波和声波存在很大差别，但是很多现象上存在一定的相似性，基于对上述相似性的认识，本项目提出了多局域共振耦合的物理机制调控反射声波的相位，使之在宽带范围内线性依赖于频率，如图 1 所示：

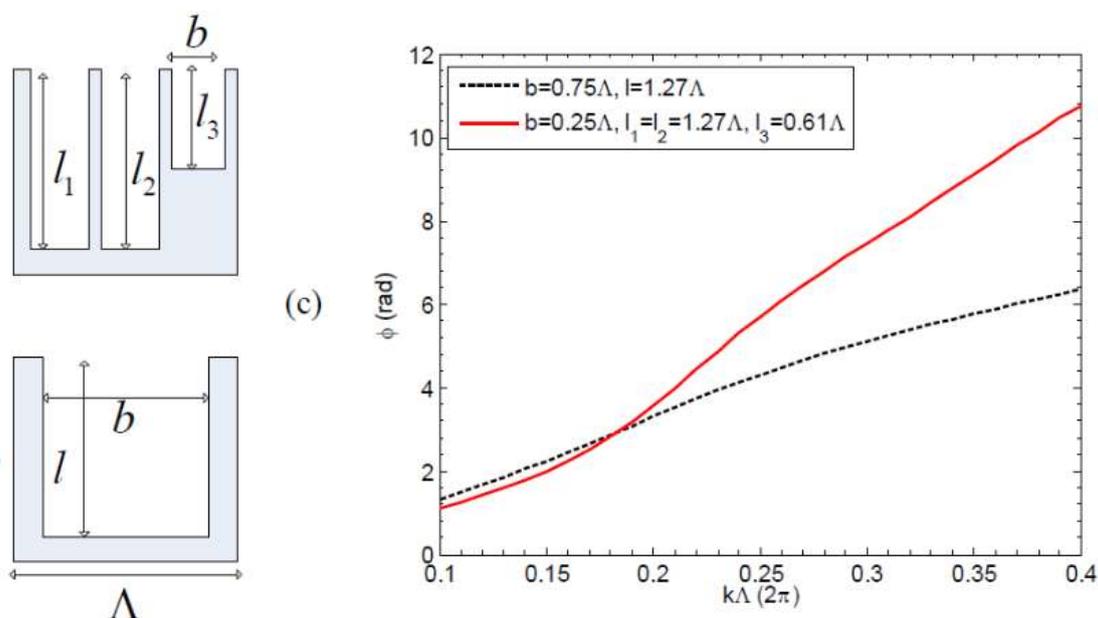


图 1 多共振耦合单元所构成的周期结构对应的反射相位

4.1.2 宽带干涉相消的物理机制

在利用多共振耦合的物理机制获得反射波相位随着频率呈线性变化的曲线之后，接下来利用这些基本单元来构建周期性的平板结构，每个周期是由反射相位相差 π 的两种类型的多共振耦合单元构成（同种类型的多共振耦合单元需要重复一定的个数），这使得镜面反射波干涉相消。需要指出的是，虽然这种基于干涉相消的波束操控方式会使得法向反射或者镜面反射波被抑制，但是声波束

的最终的方向取决于 Bragg 散射定律，因此会在某一特定的入射角出现背向散射增强的现象，为了最大限度的抑制背向散射，还可以使用一些优化算法来搜索最优的设计参数。

4.2 二维负反射的研究

4.2.1 声学模型

我们的研究采用的结构为周期性刚性结构，每个周期是由反射相位相差 π 的两种类型的多振耦合耦合单元构成，且为方便计算，在不影响结果准确性情况下简化结构为二维。我们知道，若将结构单元尺度做到很小至远小于入射声波的波长，便可对周期性刚性界面采用集总假设，认为其为具有集总参数的声学结构。如此，我们便可令结构单元满足一定阻抗条件，将结构复杂的凹凸不平周期性刚性界面转化为平整界面计算。

以六个共鸣器作为一个结构单元，其相互之间具有耦合作用，该结构基于对波阵面的操控可实现反射波相位的调控，实现宽带范围内使之线性依赖于频率，如图 2。通过优化算法搜索最优的设计参数，使得镜面反射消失，取而代之的是逆入射方向的反射增强。

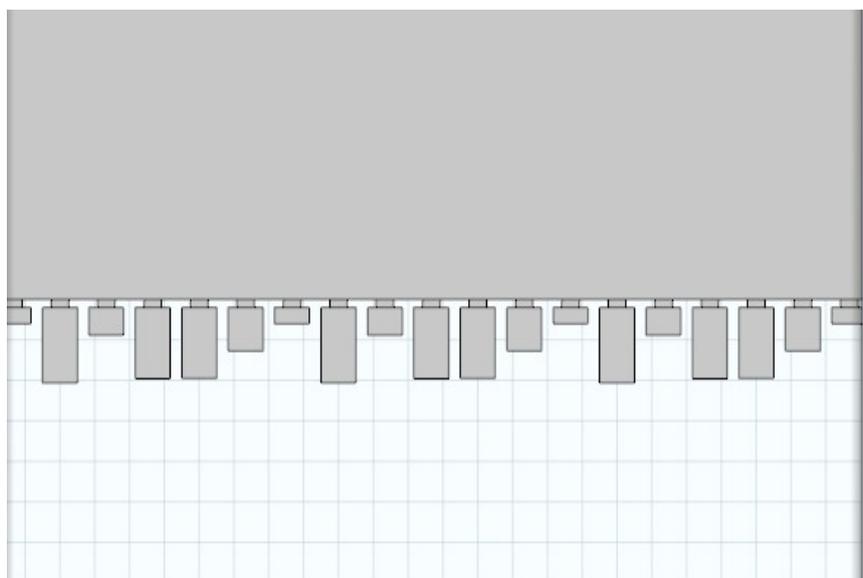


图 2 基于多局域共振耦合设计的背向反射结构

4.2.2 公式推导

梳状周期性界面：

通过对反射系数的推导来得出反射系数对频率的依赖关系。

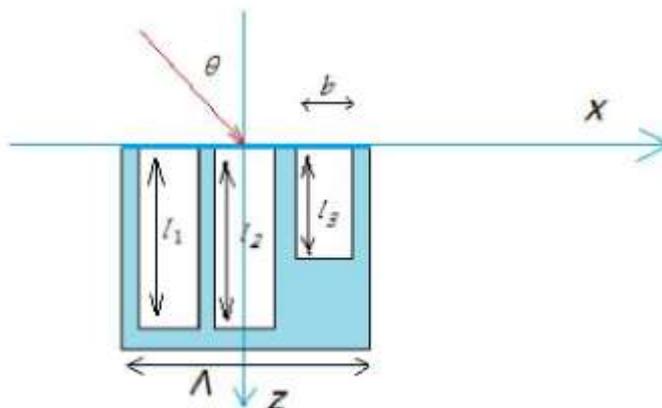


图 3 梳状周期性界面

设结构的周期为 Λ ，设入射波为平面波，与 z 轴负方向夹角为 θ ，入射波可表示为：

$$p_i = \exp(jk \sin \theta x + jk \cos \theta z)$$

由 Floquet 周期理论，反射波可表示为：

$$p_r = \sum_n r_n \exp(jk \beta_n x + k \alpha_n z) \quad (z < 0)$$

其中 r_n 是第 n 阶模态的反射系数， $jk \rho c u = \partial p / \partial z$ ， $j = \sqrt{-1}$ $k = 2\pi / \lambda$ ，
 $k \beta_n = k \sin \theta + 2\pi n / \Lambda$ ， $jk \alpha_n = k \sqrt{1 - \beta_n^2}$

在 $z = 0$ ，声速表示为入射声速和反射声速的叠加

$$u(x, 0) = u_i(x, 0) + u_r(x, 0)$$

$$jk \rho c (u_i + u_r) = -k \alpha_0 \exp(jk \beta_0 x) + \sum_n r_n k \alpha_n \exp(jk \beta_n x) = jk \rho c u(x, 0)$$

此时我们假设在结构单元满足一定阻抗条件下，按照集总假设计算得到的结果与分离开计算结果等同，即分别在整個周期上和凹槽开口上对 $\frac{\partial p}{\partial z}$ 积分，于是

有

$$\begin{aligned} & \int_{-\Lambda/2}^{\Lambda/2} -k\alpha_0 \exp(jk\beta_0 x) \exp(-jk\beta_n x) dx + \int_{-\Lambda/2}^{\Lambda/2} \sum_m r_m k\alpha_m \exp(jk\beta_m x) \exp(-jk\beta_n x) dx \\ &= \int_{\frac{\Lambda}{4}-\frac{1}{4}b}^{\frac{\Lambda}{4}+\frac{3}{4}b} jk\rho c u(x,0) \exp(-jk\beta_n x) dx + \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} jk\rho c u(x,0) \exp(-jk\beta_n x) dx + \int_{\frac{\Lambda}{4}-\frac{1}{4}b}^{\frac{\Lambda}{4}+\frac{3}{4}b} jk\rho c u(x,0) \exp(-jk\beta_n x) dx \end{aligned}$$

其中，

$$U_1(z) \equiv \int_{\frac{\Lambda}{4}-\frac{1}{4}b}^{\frac{\Lambda}{4}+\frac{3}{4}b} u(x,z) dx, \quad U_2(z) \equiv \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} u(x,z) dx, \quad U_3(z) \equiv \int_{\frac{\Lambda}{4}-\frac{1}{4}b}^{\frac{\Lambda}{4}+\frac{3}{4}b} u(x,z) dx$$

整理可得下式：

$$\begin{aligned} -\Lambda\alpha_0\delta_{0n} + \Lambda r_n \alpha_n &= j\rho c U_1(0) \left[\frac{1}{b} \int_{\frac{\Lambda}{4}-\frac{1}{4}b}^{\frac{\Lambda}{4}+\frac{3}{4}b} \exp(-jk\beta_n x) dx \right] \\ &\quad + j\rho c U_2(0) \left[\frac{1}{b} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \exp(-jk\beta_n x) dx \right] + j\rho c U_3(0) \left[\frac{1}{b} \int_{\frac{\Lambda}{4}-\frac{1}{4}b}^{\frac{\Lambda}{4}+\frac{3}{4}b} \exp(-jk\beta_n x) dx \right] \end{aligned}$$

为表示方便，特做如下定义：

$$R_\Sigma = \rho c / \Lambda$$

$$\Phi_{1n}(\theta) = \frac{1}{b} \int_{\frac{\Lambda}{4}-\frac{1}{4}b}^{\frac{\Lambda}{4}+\frac{3}{4}b} \exp(-jk\beta_n x) dx$$

$$\Phi_{2n}(\theta) = \frac{1}{b} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \exp(-jk\beta_n x) dx$$

$$\Phi_{3n}(\theta) = \frac{1}{b} \int_{\frac{\Lambda}{4}-\frac{1}{4}b}^{\frac{\Lambda}{4}+\frac{3}{4}b} \exp(-jk\beta_n x) dx$$

得到：

$$r_n = \delta_{0n} - (j\alpha_n)^{-1} \Phi_{1n}(\theta) R_\Sigma U_1(0) - (j\alpha_n)^{-1} \Phi_{2n}(\theta) R_\Sigma U_2(0) - (j\alpha_n)^{-1} \Phi_{3n}(\theta) R_\Sigma U_3(0)$$

将得到的反射系数带入声压表达式：

$$p(x,0) = p_i(x,0) + p_r(x,0)$$

$$p(x,0) = \exp(jk \sin \theta x) + \sum_n r_n \exp(jk\beta_n x)$$

$$\begin{aligned} p(x,0) &= \exp(jk \sin \theta x) \\ &+ \sum_n [\delta_{0n} - (j\alpha_n)^{-1} \Phi_{1n}(\theta) R_\Sigma U_1(0) \\ &\quad - (j\alpha_n)^{-1} \Phi_{2n}(\theta) R_\Sigma U_2(0) - (j\alpha_n)^{-1} \Phi_{3n}(\theta) R_\Sigma U_3(0)] \exp(jk\beta_n x) \end{aligned}$$

$$p(x,0) = 2 \exp(jk \sin \theta x) - \sum_n [(j\alpha_n)^{-1} \Phi_{1n}(\theta) R_\Sigma U_1(0) + (j\alpha_n)^{-1} \Phi_{2n}(\theta) R_\Sigma U_2(0) + (j\alpha_n)^{-1} \Phi_{3n}(\theta) R_\Sigma U_3(0)] \exp(jk\beta_n x)$$

对上式分别在三个口处积分：

$$\begin{aligned} \frac{1}{b} \int_{\frac{\Lambda}{4} + \frac{1}{4}b}^{\frac{\Lambda}{4} + \frac{3}{4}b} p(x,0) dx &= \frac{1}{b} \int_{\frac{\Lambda}{4} + \frac{1}{4}b}^{\frac{\Lambda}{4} + \frac{3}{4}b} 2 \exp(jk \sin \theta x) dx \\ &- \frac{1}{b} \int_{\frac{\Lambda}{4} + \frac{1}{4}b}^{\frac{\Lambda}{4} + \frac{3}{4}b} \sum_n [(j\alpha_n)^{-1} \Phi_{1n}(\theta) R_\Sigma U_1(0) \\ &+ (j\alpha_n)^{-1} \Phi_{2n}(\theta) R_\Sigma U_2(0) + (j\alpha_n)^{-1} \Phi_{3n}(\theta) R_\Sigma U_3(0)] \exp(jk\beta_n x) dx \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{b} \int_{-\frac{1}{2}b}^{\frac{1}{2}b} p(x,0) dx &= \frac{1}{b} \int_{-\frac{1}{2}b}^{\frac{1}{2}b} 2 \exp(jk \sin \theta x) dx \\ &- \frac{1}{b} \int_{-\frac{1}{2}b}^{\frac{1}{2}b} \sum_n [(j\alpha_n)^{-1} \Phi_{1n}(\theta) R_\Sigma U_1(0) \\ &+ (j\alpha_n)^{-1} \Phi_{2n}(\theta) R_\Sigma U_2(0) + (j\alpha_n)^{-1} \Phi_{3n}(\theta) R_\Sigma U_3(0)] \exp(jk\beta_n x) dx \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{b} \int_{\frac{\Lambda}{4} - \frac{1}{4}b}^{\frac{\Lambda}{4} + \frac{3}{4}b} p(x,0) dx &= \frac{1}{b} \int_{\frac{\Lambda}{4} - \frac{1}{4}b}^{\frac{\Lambda}{4} + \frac{3}{4}b} 2 \exp(jk \sin \theta x) dx \\ &- \frac{1}{b} \int_{\frac{\Lambda}{4} - \frac{1}{4}b}^{\frac{\Lambda}{4} + \frac{3}{4}b} \sum_n [(j\alpha_n)^{-1} \Phi_{1n}(\theta) R_\Sigma U_1(0) \\ &+ (j\alpha_n)^{-1} \Phi_{2n}(\theta) R_\Sigma U_2(0) + (j\alpha_n)^{-1} \Phi_{3n}(\theta) R_\Sigma U_3(0)] \exp(jk\beta_n x) dx \end{aligned}$$

将以上三式整理得：

$$\begin{aligned} \bar{p}_1(0) &= 2\Phi_{10}^*(\theta) - \sum_n (j\alpha_n)^{-1} |\Phi_{1n}(\theta)|^2 R_\Sigma U_1(0) - \sum_n (j\alpha_n)^{-1} \Phi_{1n}^*(\theta) \Phi_{2n}(\theta) R_\Sigma U_2(0) \\ &- \sum_n (j\alpha_n)^{-1} \Phi_{1n}^*(\theta) \Phi_{3n}(\theta) R_\Sigma U_3(0) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{p}_2(0) &= 2\Phi_{20}^*(\theta) \\ &- \sum_n (j\alpha_n)^{-1} \Phi_{2n}^*(\theta) \Phi_{1n}(\theta) R_\Sigma U_1(0) - \sum_n (j\alpha_n)^{-1} |\Phi_{2n}(\theta)|^2 R_\Sigma U_2(0) \\ &- \sum_n (j\alpha_n)^{-1} \Phi_{2n}^*(\theta) \Phi_{3n}(\theta) R_\Sigma U_3(0) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{p}_3(0) &= 2\Phi_{30}^*(\theta) - \sum_n (j\alpha_n)^{-1} \Phi_{3n}^*(\theta) \Phi_{1n}(\theta) R_\Sigma U_1(0) \\ &- \sum_n (j\alpha_n)^{-1} \Phi_{3n}^*(\theta) \Phi_{2n}(\theta) R_\Sigma U_2(0) - \sum_n (j\alpha_n)^{-1} |\Phi_{3n}(\theta)|^2 R_\Sigma U_3(0) \end{aligned}$$

将以上三式写成如下简化形式：

$$2\Phi_{10}^*(\theta) - \bar{p}_1(0) = Z_{11}U_1(0) + Z_{12}U_2(0) + Z_{13}U_3(0) \quad (1)$$

$$2\Phi_{20}^*(\theta) - \bar{p}_2(0) = Z_{21}U_1(0) + Z_{22}U_2(0) + Z_{23}U_3(0) \quad (2)$$

$$2\Phi_{30}^*(\theta) - \bar{p}_3(0) = Z_{31}U_1(0) + Z_{32}U_2(0) + Z_{33}U_3(0) \quad (3)$$

其中：

$$Z_{11} = \sum_n (j\alpha_n)^{-1} |\Phi_{1n}(\theta)|^2 R_\Sigma$$

$$Z_{12} = \sum_n (j\alpha_n)^{-1} \Phi_{1n}^*(\theta) \Phi_{2n}(\theta) R_\Sigma$$

$$Z_{13} = \sum_n (j\alpha_n)^{-1} \Phi_{1n}^*(\theta) \Phi_{3n}(\theta) R_\Sigma$$

$$Z_{21} = \sum_n (j\alpha_n)^{-1} \Phi_{2n}^*(\theta) \Phi_{1n}(\theta) R_\Sigma$$

$$Z_{22} = \sum_n (j\alpha_n)^{-1} |\Phi_{2n}(\theta)|^2 R_\Sigma$$

$$Z_{23} = \sum_n (j\alpha_n)^{-1} \Phi_{2n}^*(\theta) \Phi_{3n}(\theta) R_\Sigma$$

$$Z_{31} = \sum_n (j\alpha_n)^{-1} \Phi_{3n}^*(\theta) \Phi_{1n}(\theta) R_\Sigma$$

$$Z_{32} = \sum_n (j\alpha_n)^{-1} \Phi_{3n}^*(\theta) \Phi_{2n}(\theta) R_\Sigma$$

$$Z_{33} = \sum_n (j\alpha_n)^{-1} |\Phi_{3n}(\theta)|^2 R_\Sigma$$

其中，表达式中互阻抗的形式体现了三个共鸣器之间的耦合，三个共鸣器管口处的阻抗可以由阻抗转移公式得到。体现了三个共鸣器之间的耦合

阻抗转移公式：

$$Z_{a0} = \frac{\rho c}{\sigma} \frac{Z_{al} - j \frac{\rho c}{\sigma} \tan(kl)}{\frac{\rho c}{\sigma} - j Z_{al} \tan(kl)}$$

则三个管口处的阻抗为：

$$Z_1 = \frac{j\rho c}{b \tan(kl_1)}; \quad Z_2 = \frac{j\rho c}{b \tan(kl_2)}; \quad Z_3 = \frac{j\rho c}{b \tan(kl_3)}$$

写出三个管口处声压、阻抗、体积速度关系表达式

$$\bar{p}_1(0) = Z_1 U_1(0) \quad (4)$$

$$\bar{p}_2(0) = Z_2 U_2(0) \quad (5)$$

$$\bar{p}_3(0) = Z_3 U_3(0) \quad (6)$$

联立(1)(2)(3)(4)(5)(6)，可以解出 $U_1(0)$ 、 $U_2(0)$ 、 $U_3(0)$

将其带入 r_n ，即可得到反射系数

$$r_0 = 1 - (j\alpha_0)^{-1} \Phi_{10}(\theta) R_\Sigma U_1(0) - (j\alpha_0)^{-1} \Phi_{20}(\theta) R_\Sigma U_2(0) - (j\alpha_0)^{-1} \Phi_{30}(\theta) R_\Sigma U_3(0)$$

周期性排列亥姆霍兹共鸣器界面：

相较于梳状周期性界面，此种结构采用局域共振思路，其优势在于共振频率更低，可以将结构做到更轻薄。

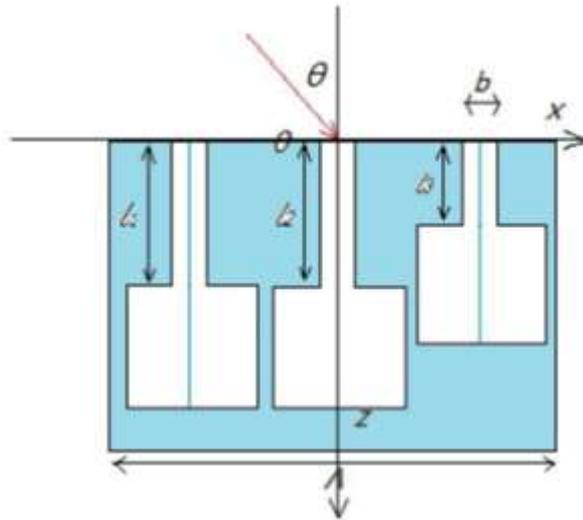


图 4 周期性排列亥姆霍兹共鸣器界面

如图建立直角坐标系。仍设结构周期为 Λ ，假定入射波为平面波，且入射方向与 x 轴正方向夹角为 θ ，管口径为 b 表示，共鸣腔长度分别以 l_1, l_2, l_3 表示，宽度以 R_1, R_2, R_3 表示。两者不同相当于在梳状结构矩形凹槽末端加装亥姆霍兹共鸣腔，则只需对上文推导中阻抗转移公式进行修正，三个管口处阻抗表达式：

$$Z_{a_1} = \frac{\rho c Z_{al_1} - j \frac{\rho c}{b} \tan(kl_1)}{\frac{\rho c}{b} - j Z_{al_1} \tan(kl_1)}$$

$$Z_{a_2} = \frac{\rho c Z_{al_2} - j \frac{\rho c}{b} \tan(kl_2)}{\frac{\rho c}{b} - j Z_{al_2} \tan(kl_2)}$$

$$Z_{a_3} = \frac{\rho c Z_{al_3} - j \frac{\rho c}{b} \tan(kl_3)}{\frac{\rho c}{b} - j Z_{al_3} \tan(kl_3)}$$

其中,

$$Z_{al_1} = \sum_n \frac{k\rho c}{R_1 b^2 \sqrt{k^2 - k_n^2}} \left\{ \int_{-\frac{\Lambda}{4} + \frac{b}{4}}^{\frac{\Lambda}{4} + \frac{3b}{4}} \phi_n(x) dx \right\}^2 \frac{(1 + e^{j\sqrt{k^2 - k_n^2} 2h_1})}{1 - e^{j\sqrt{k^2 - k_n^2} 2h_1}}$$

$$Z_{al_2} = \sum_n \frac{k\rho c}{R_2 b^2 \sqrt{k^2 - k_n^2}} \left\{ \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \phi_n(x) dx \right\}^2 \frac{(1 + e^{j\sqrt{k^2 - k_n^2} 2h_2})}{1 - e^{j\sqrt{k^2 - k_n^2} 2h_2}}$$

$$Z_{al_3} = \sum_n \frac{k\rho c}{R_3 b^2 \sqrt{k^2 - k_n^2}} \left\{ \int_{\frac{\Lambda}{4} - \frac{b}{4}}^{\frac{\Lambda}{4} + \frac{3b}{4}} \phi_n(x) dx \right\}^2 \frac{(1 + e^{j\sqrt{k^2 - k_n^2} 2h_3})}{1 - e^{j\sqrt{k^2 - k_n^2} 2h_3}}$$

同上, 我们可推导出反射系数为:

$$r_0 = 1 - (j\alpha_0)^{-1} \Phi_{10}(\theta) R_\Sigma U_1(0) - (j\alpha_0)^{-1} \Phi_{20}(\theta) R_\Sigma U_2(0) - (j\alpha_0)^{-1} \Phi_{30}(\theta) R_\Sigma U_3(0)$$

4.2.3 二维负反射现象的仿真

根据上文的理论推导, 我们利用 MATLAB 和 COMSOL 软件对负反射现象进行实验仿真, 验证可行性

梳状周期性界面仿真:

结构设计如图 3.1, 以两个梳状长度共振单元为一个排列, 管长分别为 $l_1 = 1.27\Lambda$, $l_2 = 1.27\Lambda$, $l_3 = 0.61\Lambda$; $l_1 = 1.27\Lambda$, $l_2 = 1.27\Lambda$, $l_3 = 0.83\Lambda$ 。管口宽度 $b=0.25\Lambda$ 。以入射角为 $\pi/6$, 进行背向负反射模拟。

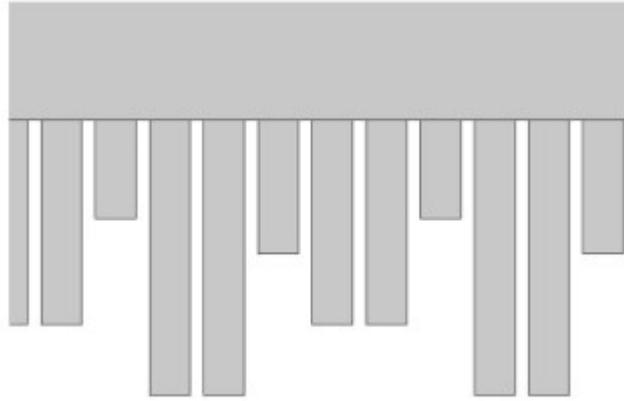


图 5 梳状周期性界面（负反射）结构

对归一化频率范围 $k\Lambda = 0.3\sim 0.5$ ，进行仿真模拟，结果如下：

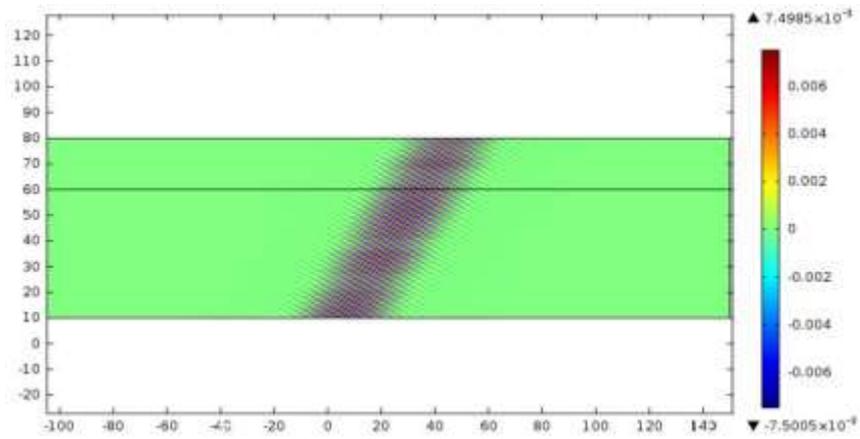


图 6 梳状周期性界面（负反射）入射声场

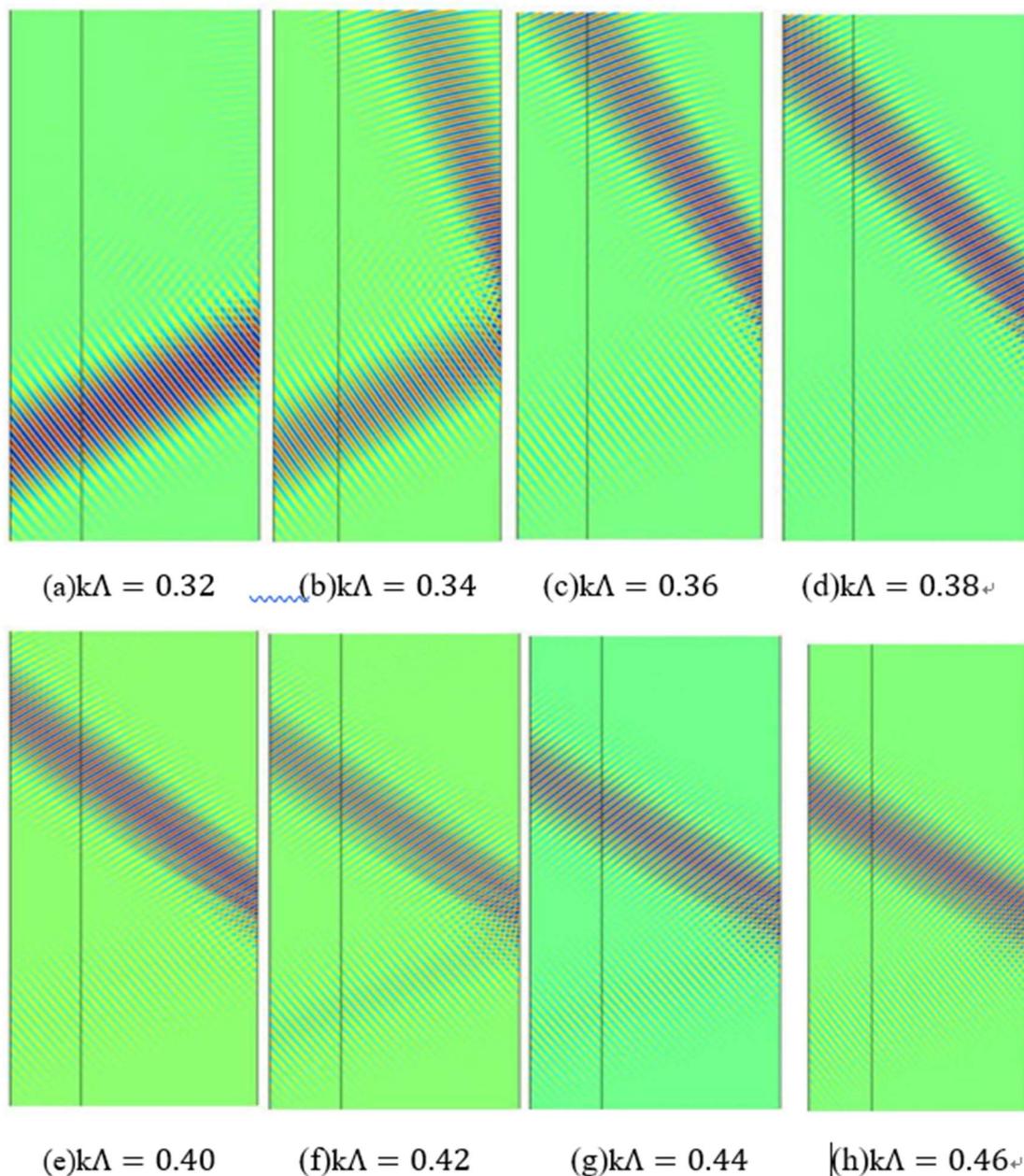


图 7 梳状周期性界面散射声场 (a-h 分别为不同归一化频率下散射声场)

图 6 为入射声场仿真图，为方便对比查看，将不同频率散射声场仿真结果逆时针旋转 90° ，即图 7。其中 c-h 图都有明显的背向负反射现象发生。

由仿真结果明显可见，应用梳状周期性界面，依靠长度共振可以实现宽带背向负反射。

周期性排列亥姆霍兹共鸣器界面仿真：

亥姆霍兹共鸣器可调节参数较多，且周期性局域共振相较于长度共振优势在于其一可以做到带宽更宽，其二可以令共振频率更低，也即负反射工作频率更低。

结构设计如图 8，以两个亥姆霍兹共鸣器单元为一个排列，喉管管口宽度 0.04Λ ，各亥姆霍兹共鸣器所对应的喉管管长均为 0.05Λ ，共鸣器高度、宽度

尺寸分别为 $h_1 = 0.32\Lambda$ ， $h_2 = 0.32\Lambda$ ， $h_3 = 0.22\Lambda$ ， $R_1 = 0.32\Lambda$ ， $R_2 = 0.32\Lambda$ ， $R_3 = 0.22\Lambda$ ； $h_1 = 0.22\Lambda$ ， $h_2 = 0.22\Lambda$ ， $h_3 = 0.17\Lambda$ ， $R_1 = 0.22\Lambda$ ， $R_2 = 0.22\Lambda$ ， $R_3 = 0.17\Lambda$ 。以入射角为，进行负反射模拟。

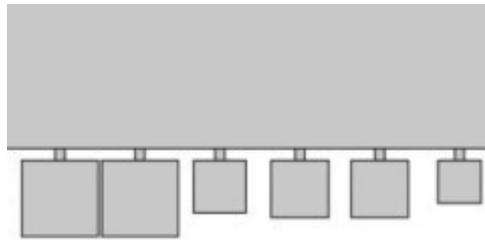


图 8 周期性排列亥姆霍兹共鸣器界面（负反射）结构

对归一化频率范围 $k\Lambda = 0.3\sim 0.5$ ，进行仿真模拟，结果如下：

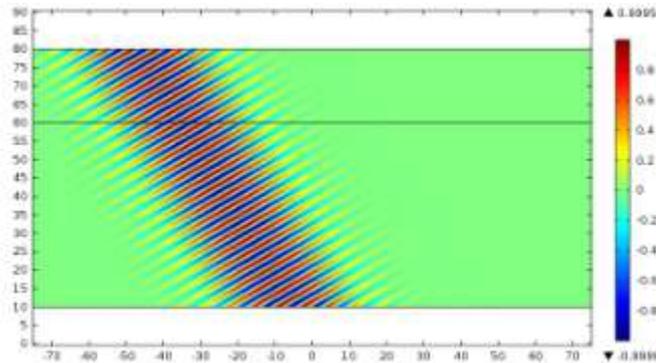


图 9 周期性排列亥姆霍兹共鸣器界面（负反射）入射声场

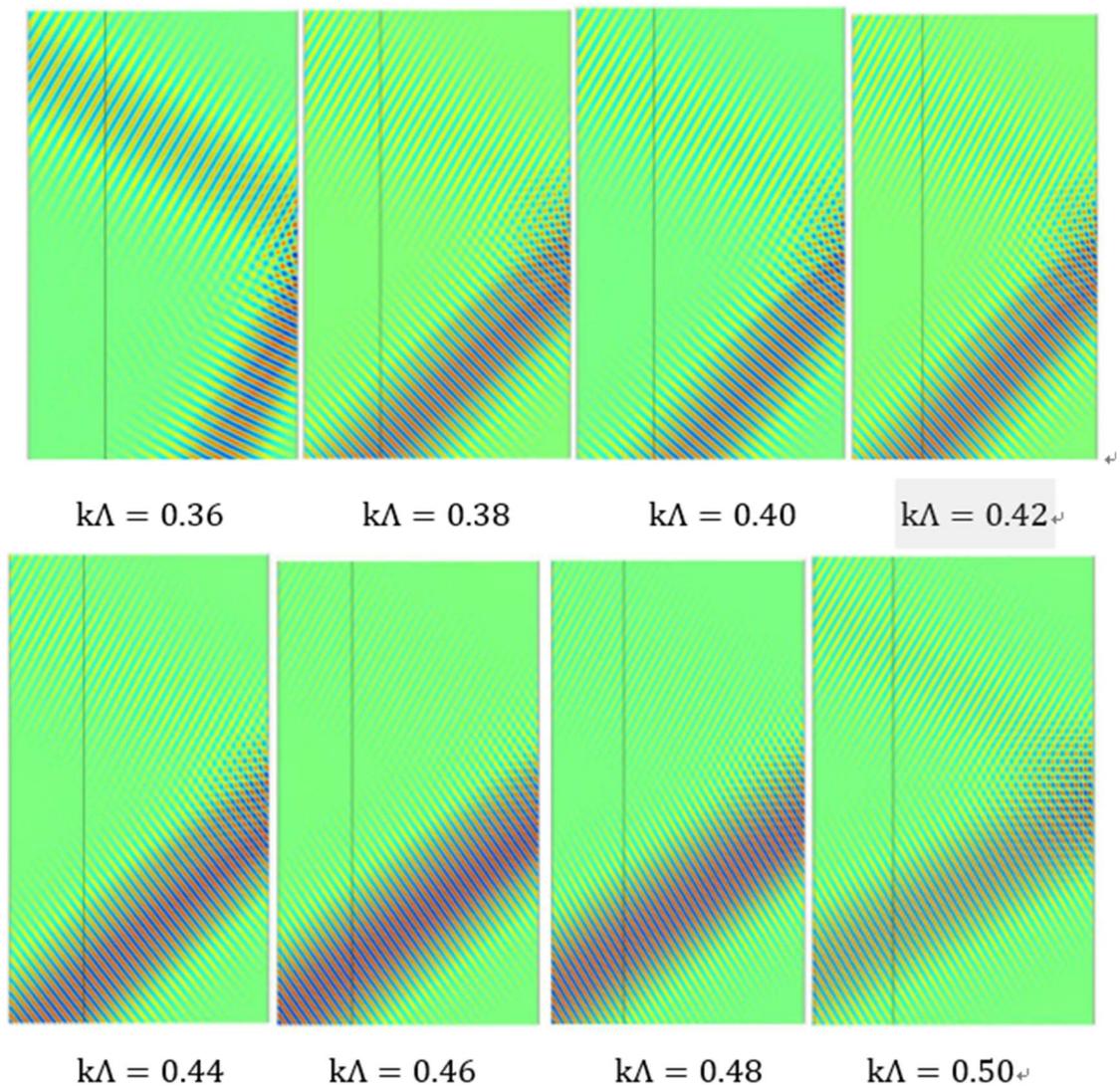


图 10 周期性亥姆霍兹共振器界面（负反射）散射声场

图 9 为入射声场仿真图，为方便对比查看，将不同频率散射声场仿真结果逆时针旋转 90 度，如图 10。分析图 10 可知，应用周期性亥姆霍兹共振器界面，依靠局域共振可实现背向负反射，且由图可见在归一化频率 $\omega = 0.38 \sim 0.50 k\Lambda$ 带宽内负反射现象都较为良好。

4.2.4 局域共振耦合周期结构

结构示意图及具体参数：

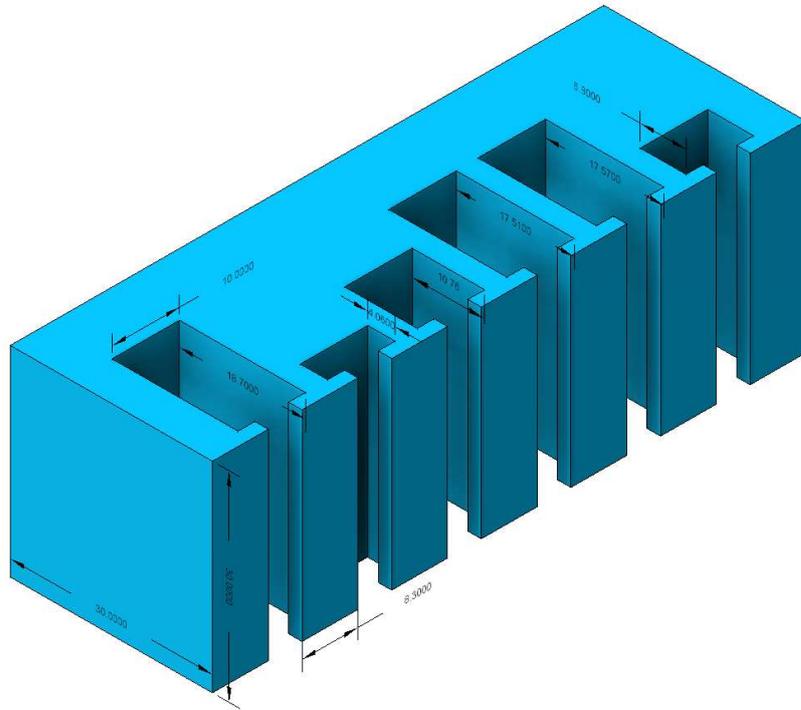


图 11 结构示意图

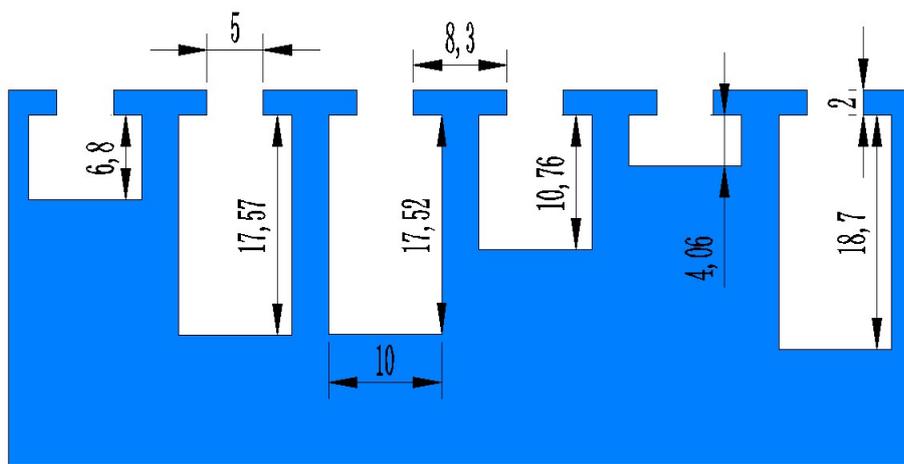


图 12 周期结构截面图及具体参数

实验仿真结果:

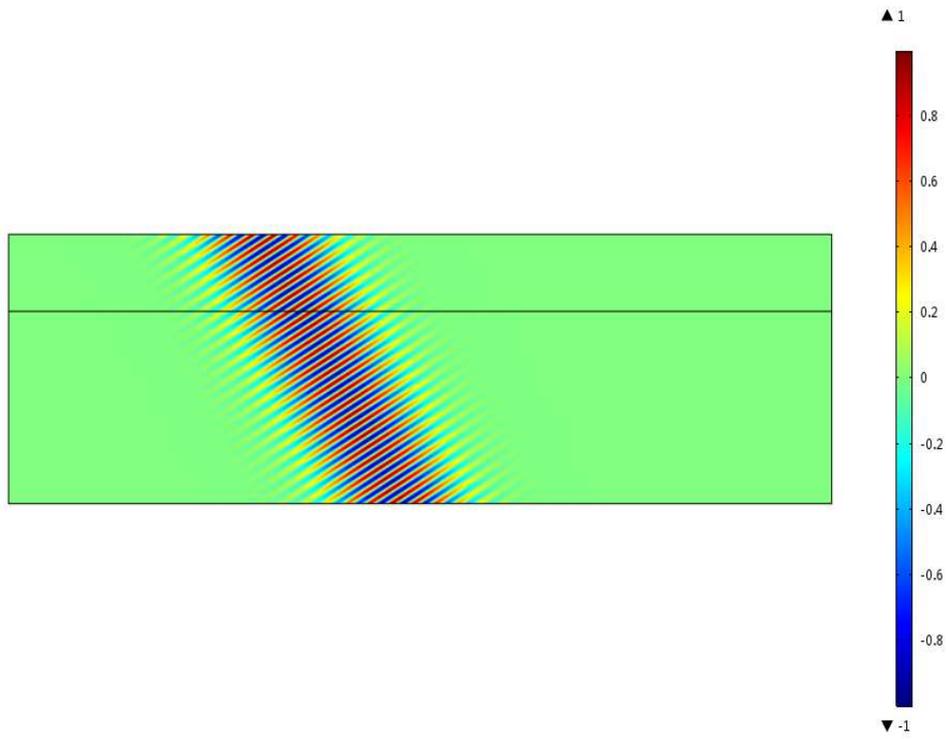


图 13 背景压力场

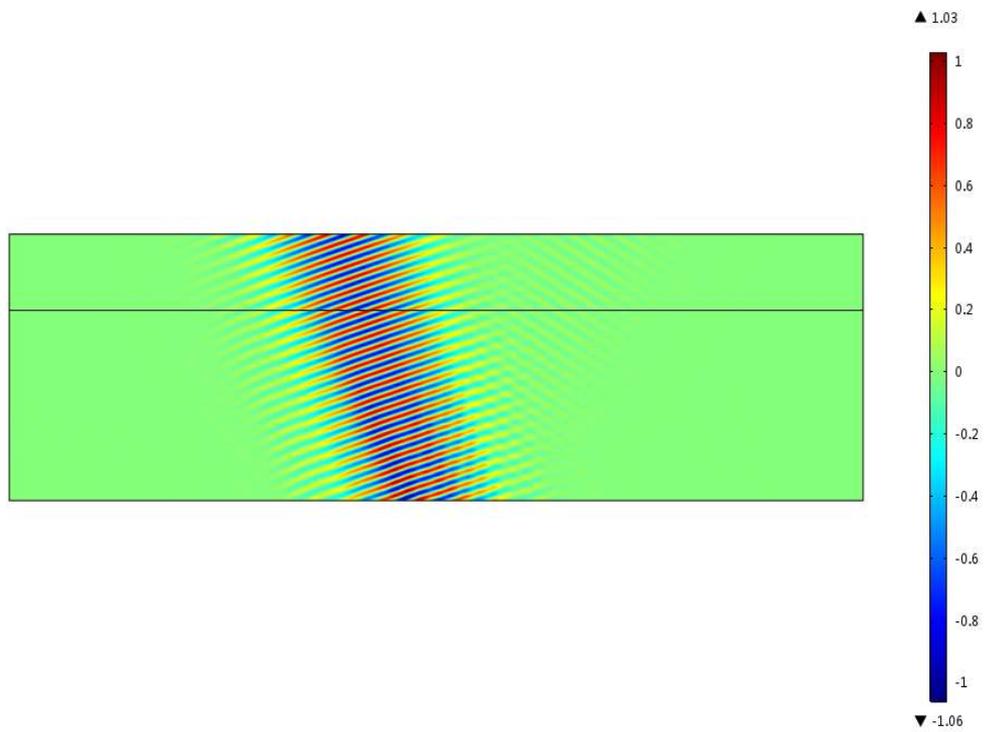


图 14 散射压力场

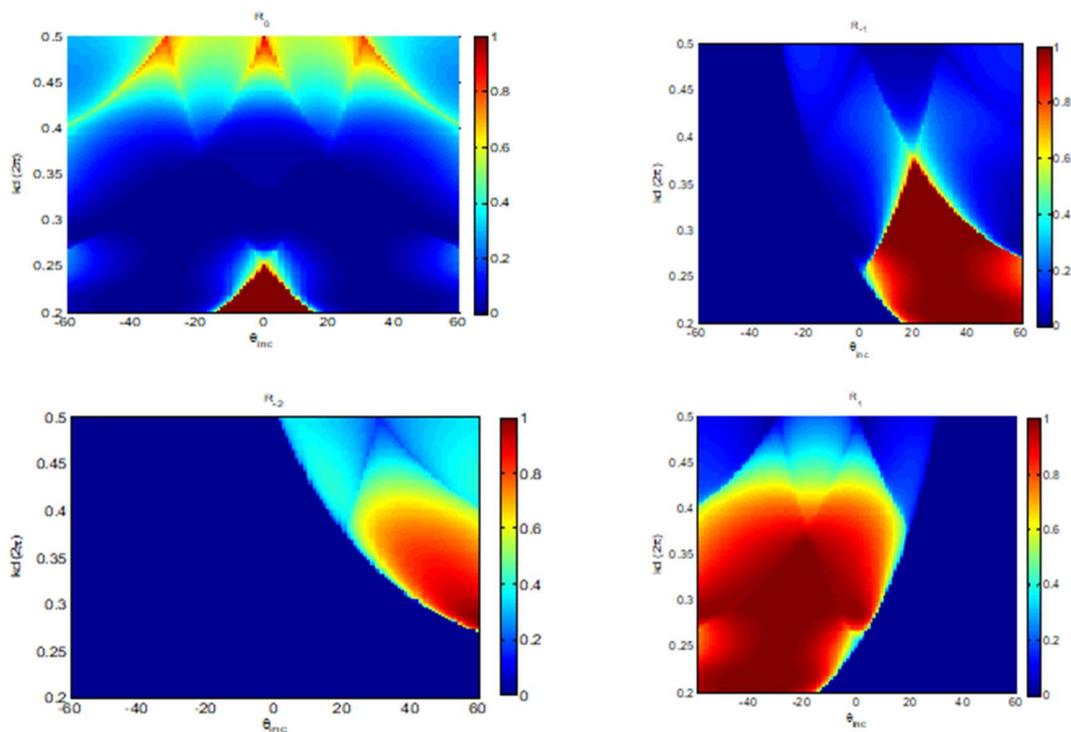


图 15 反射系数仿真结果图

4.2.5 二维负反射现象的验证实验

4.2.5.1 扬声器阵列的制作：

实验目的：

使扬声器阵列产生的声波满足高斯分布，从而具有良好的指向性。

实验器材：

波导管、信号发生器、功率放大器、频率分析仪和声级记录器，15 个扬声器喇叭

实验示意图：

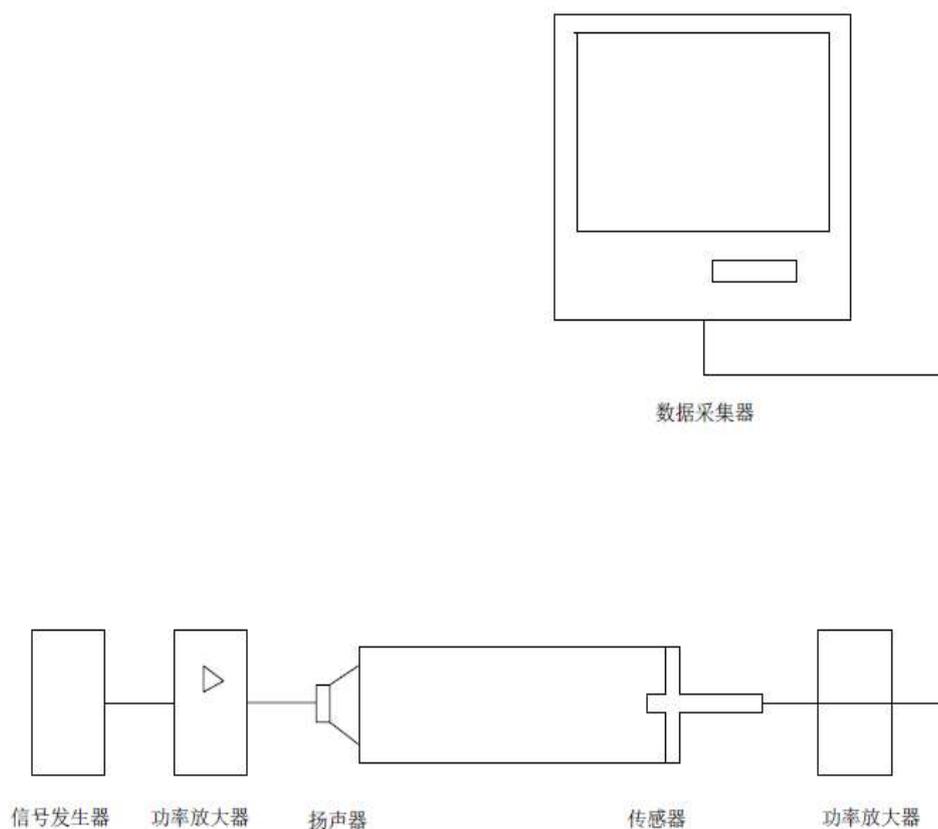


图 16 扬声器性能测试装置

实验过程:

- (1) 对扬声器进行重新焊接，焊接过程中注意防止虚焊
- (2) 测试扬声器喇叭的声学性能，包括能否发出稳定频率的声波，以及每个扬声器发出声波的幅值是否相同
- (3) 将扬声器与相应阻值的电阻连接后，再次测量扬声器的声学性能
- (4) 制作扬声器阵列，按照接入阻值后的扬声器幅值的大小，将扬声器进行排列，使扬声器阵列可以产生声压幅值可以满足高斯分布的声波
- (5) 扬声器相位的校正：以一个扬声器的正负极为标准，测量每个扬声器的正负极；测得与之相位相反的扬声器时，要将其正负极导线颠倒与标准的扬声器正负极相连。解决了扬声器的相位问题后，重新排列扬声器制成扬声器阵列。

实验结果:

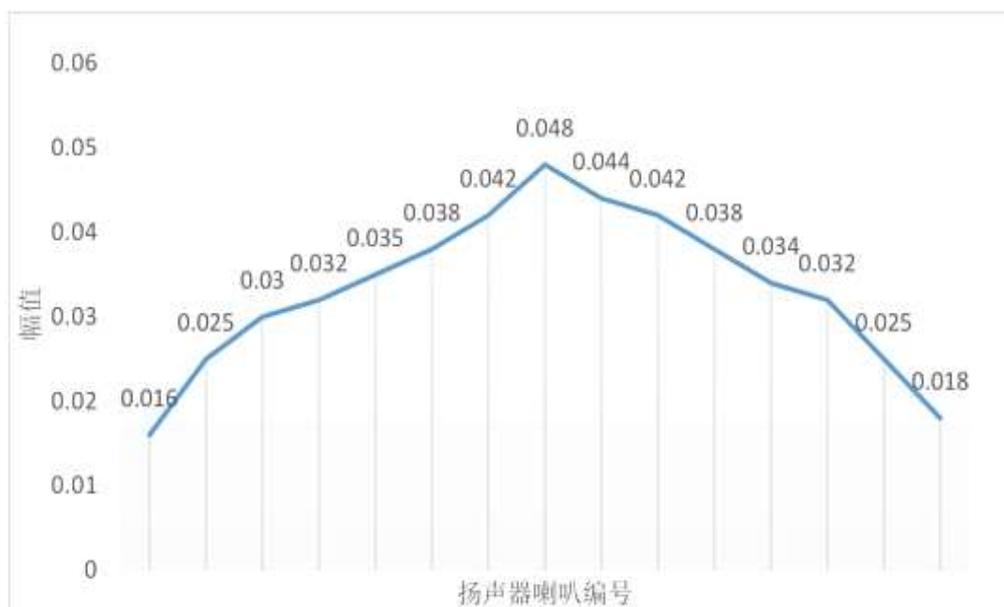


图 17 扬声器阵列声压幅值分布图



图 18 扬声器阵列

实验相关问题及解决：

- (1) 当发射的声波频率过高时，会有谐波的产生
- (2) 因为扬声器的振动是有方向的，所以扬声器的正负极与声波的相位密切相关，因此对扬声器进行焊接时要特别注意不要将扬声器的正负极接反了。

验证平面波实验：

实验原理：

当发射频率小于截止频率时，可认为声波在波导环境中为平面波的形式，并且波峰线和波谷线均平行于扬声器阵列。因而，只需要在某一平行于扬声器阵列的直线上测量声压，声压大小相同，在某一垂直于扬声器阵列的直线上测量声压，声压会有正弦信号的振荡起伏，即可大致证明波导环境下的声波基本为平面波。

实验仪器及装置：

玻璃棉、2m×3m 有机玻璃板×6 块、硅胶、步进电机滑台

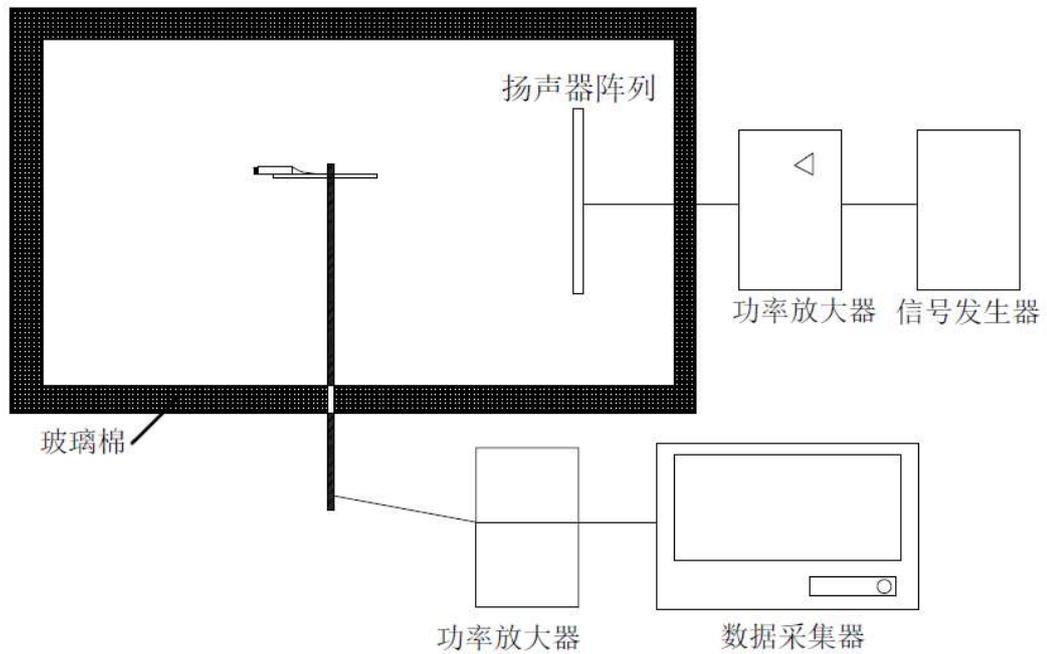


图 19 平面波验证实验装置

实验流程：

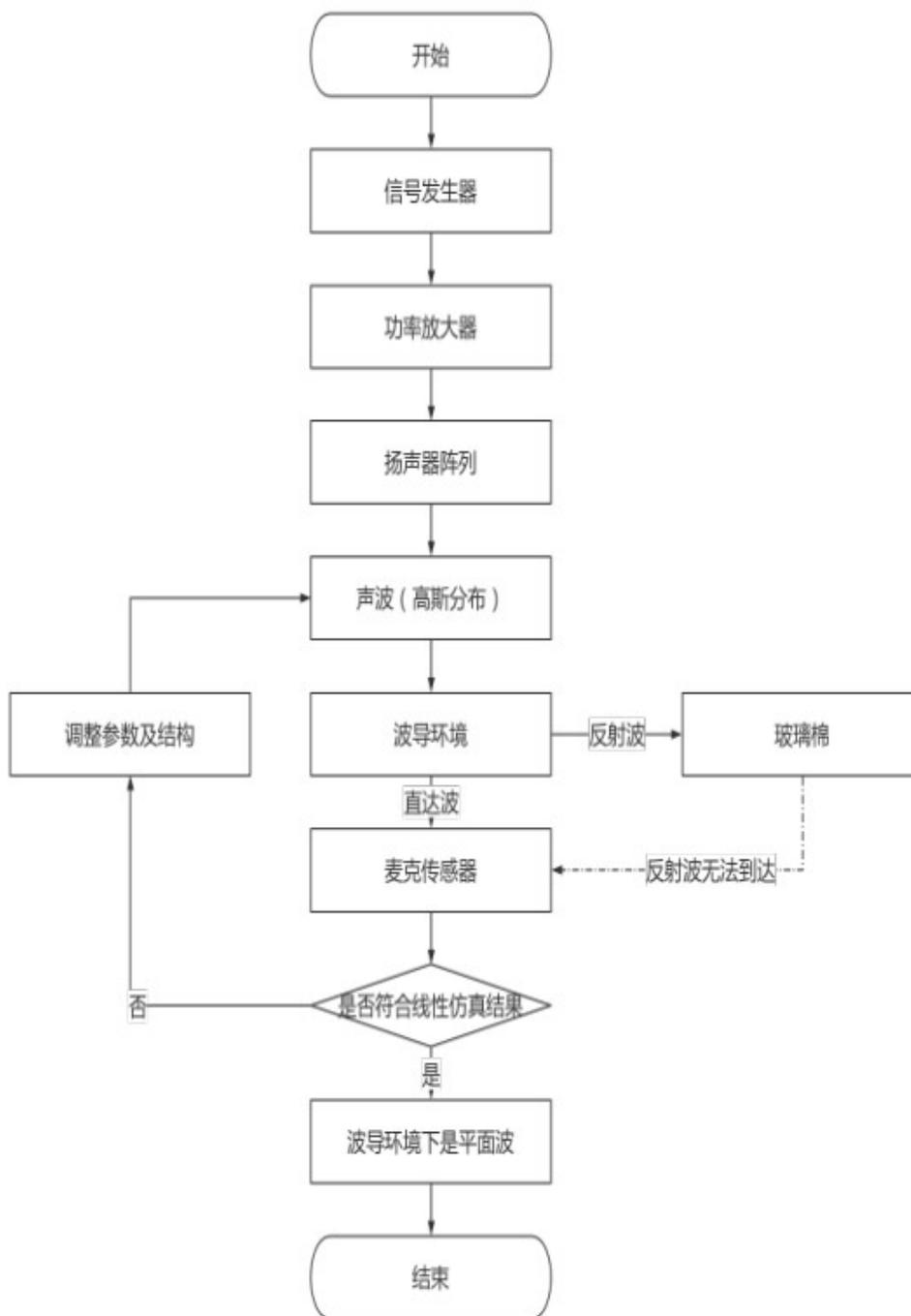


图 20 平面波验证实验流程

实验结果及分析：

在一条直线上，每隔 2cm 取点测量，共测量 27 个点。

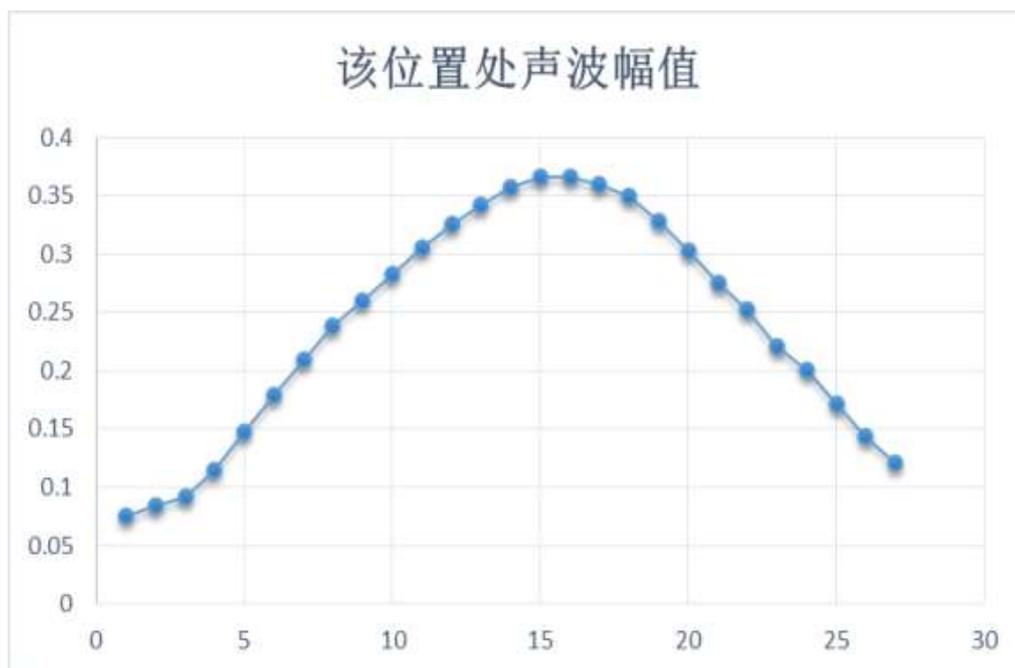


图 21 远场某直线的声压分布

对数据进行处理可以看出，中间位置声波幅值大，向两边递减且中间位置在一个波长范围内声波幅值变化比较平缓，基本符合高斯分布，验证了平面波的产生。

4.2.6 二维负反射实验

实验原理：

基于波束形成的理论，对有无负反射结构时传声器接收到的数据进行处理，便可得到声波入射和反射的角度。

实验器材及装置：

3D 打印的负反射结构，BNC 转换接头：三通、二通，BNC 转音频的转换头及数据线，步进电机滑台、信号发生器、功率放大器、传声器、NI

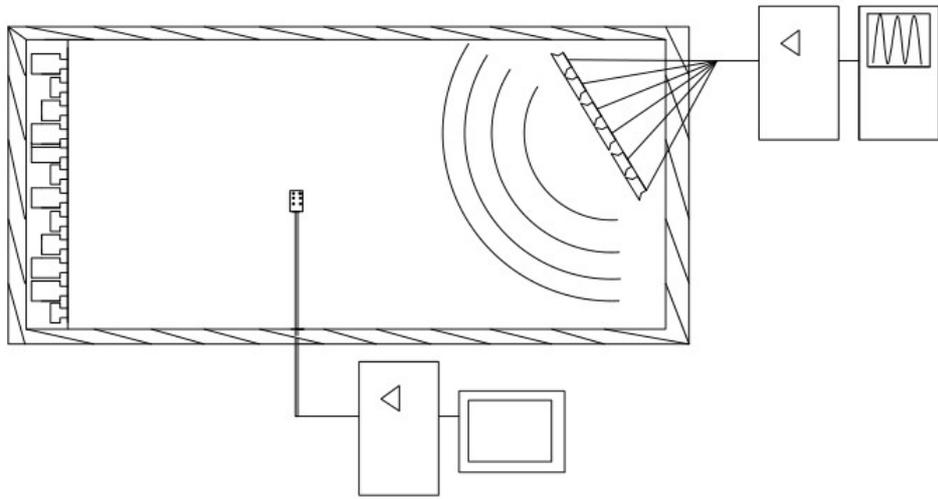


图 22(1) 负反射验证实验装置

实验过程：

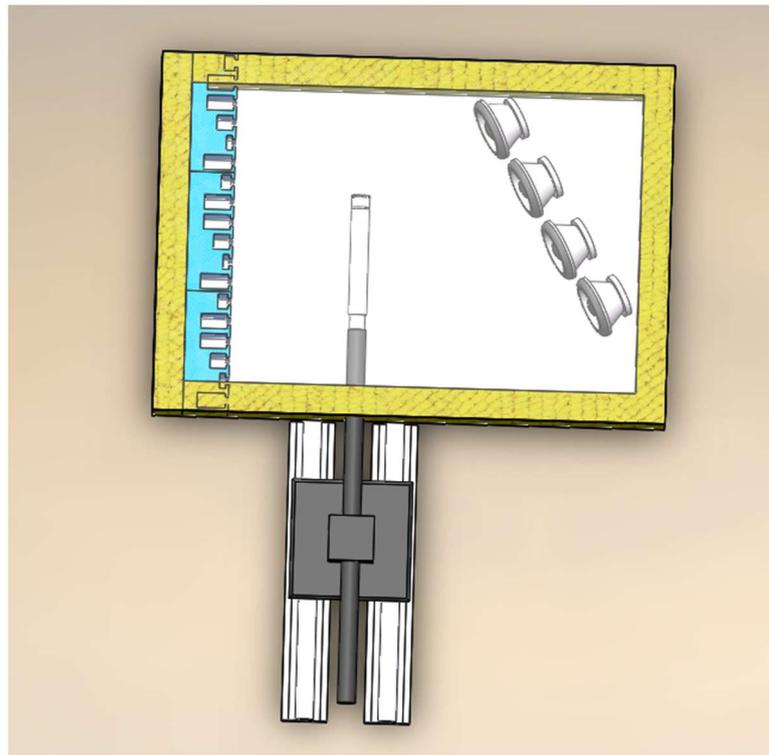


图 22(2) 波导环境实验设计图

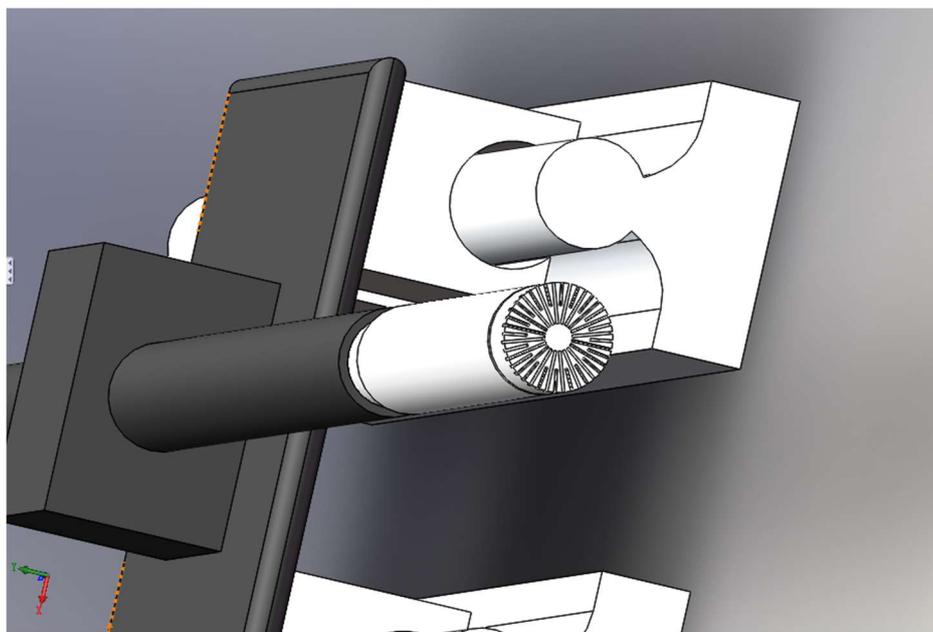


图 22(3) 传声器结构放大图

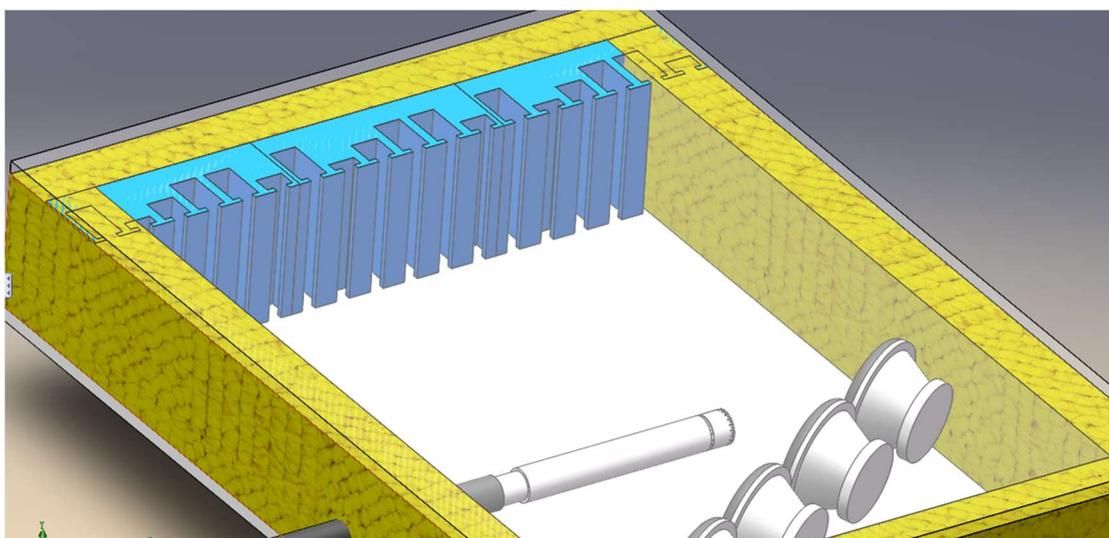


图 22(4) 波导环境结构放大图

放入负反射结构，进行一条直线上点的声压测量。其中测量位置与扬声器之间的距离应大于一个波长。

负反射结构与扬声器相对位置的确定，使负反射结构分别相对于扬声器阵列为 0° ， $\pm 10^\circ$ ， $\pm 20^\circ$ ， $\pm 30^\circ$ ，然后进行测量。

分别对三个频率下的负反射现象进行验证， $f_1 = 3430\text{Hz}$ ， $f_2 = 4459\text{Hz}$ ， $f_3 = 5145\text{Hz}$

将负反射结构拿走后，再次进行测量

实验数据记录

频率 5154Hz

角度	入射波	反射波	效果
右侧 10°	-9°	42°(42.6018)	√
右侧 20°	-22°	32°(27.305)	×
右侧 30°	-29°	22°(20.397)	√
垂直	0°	59°(56.4427)	√
左侧 10°	11°	-42° (-39.9803)	×
左侧 20°	23°	-27° (-26.27)	√
左侧 30°	31°	-20° (-18.5599)	√
数据记录			

频率 4459Hz

角度	入射波	反射波	效果
右侧 10°	-10°	57°(51.9888)	×
右侧 20°	-20°	39°(38.2810)	√
右侧 30°	-30°	28°(27.4864)	√
垂直	0°	无法负反射	×
左侧 10°	12°	-51° (-48.9055)	√
左侧 20°	23°	-35° (-34.8065)	√
左侧 30°	32°	-27°(-25.5704)	√
数据记录			

频率 3430Hz

角度	入射波	反射波	效果
右侧 10°	-10°	无	×
右侧 20°	-23°	61°(59.2346)	√
右侧 30°	-29°	49°(49.9239)	√
垂直	0°	无	×
左侧 10°	10°	无	×

实验数据处理:

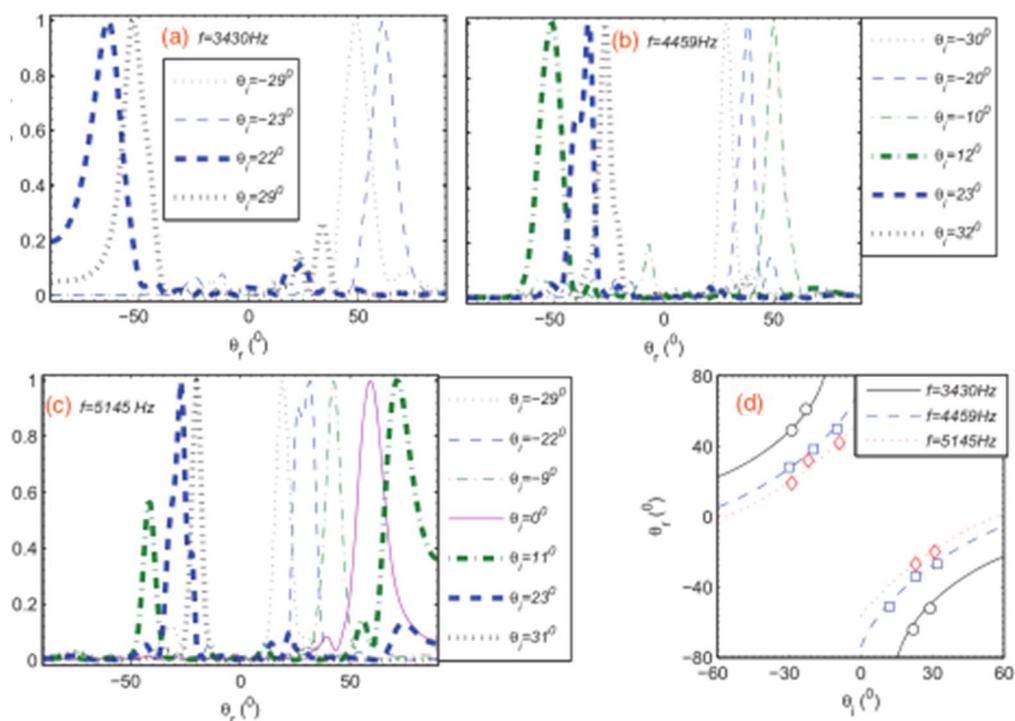


图 23 实验数据处理结果

同过数据处理可得，在通常的反射方向上，声强几乎为 0，而在逆入射方向附近，声强很大，集中了反射声波的绝大部分能量。

区域内负反射现象的验证：

我们通过测量一条直线上的声压分布对负反射现象进行了验证，实验效果较为理想，但在一些频率和角度下负反射现象不够明显，因此在 5 个波长*3 个波长的区域内验证负反射现象时我们选取了效果最为理想的频率和角度进行实验，其中 $f=4459\text{Hz}$ ， $\theta = 20^\circ$ 。

实验数据处理结果如下：

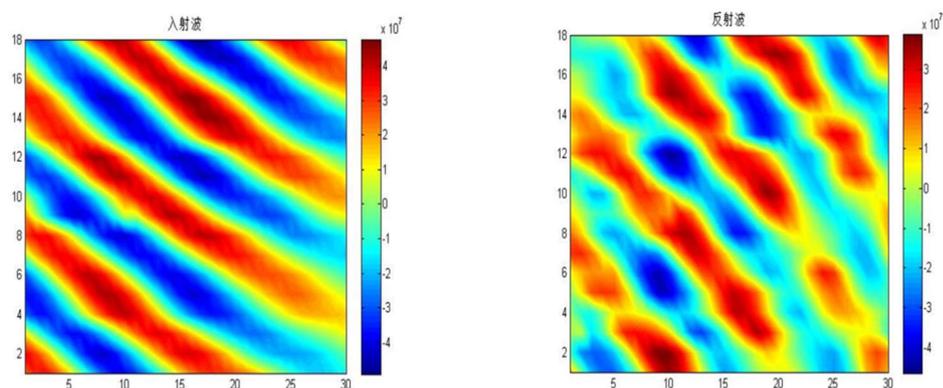


图 24 入射波和反射波声能分布图

实验结论：

平面声波在周期性亥姆霍兹共鸣器的刚性界面上进行反射时，通常的反射模式消失，声波主要沿着逆入射方向反射回来，这种背向反射是周期性界面上共鸣器相互耦合的结果。

4.3 三维负反射现象的探究

4.3.1 三维负反射现象的探究意义——返听音箱

研究背景：

返听音响主要用在大型晚会、音乐节等需要用到大型音响进行扩声的场合，它与主声道音响不同，主声道音响主要面对的是观众，而返听音响则主要是给歌手、乐手等表演者使用。目前的返听音响基本上是电声音响，如图 25：



图 25 舞台音响的摆放

电声返听音响所面临的主要困难——啸叫（即：声信号的正反馈）以及扬声器的声音会串入舞台传声器中。

现行的主要解决手段：由于真正产生啸叫的通道是给表演者提供声信号的返听音响，所以可以将反馈抑制器串接在这一通道之中。并且调音师对于返听系统进行专门的调节，严格控制返听系统的音量。再者，返听音响应尽量远离主音响，紧靠在表演者身边。

然而对于正规的音乐厅而言（以维也纳金色大厅为代表），为了能够展现出原汁原味的音乐，要求不准使用电声，所以尽管技术上已经相当成熟电声音响无法用以解决大型音乐厅的扩音或返听问题。

研究目的:

反射罩（或称音乐罩）便是发明出来用以解决音乐厅中扩声问题的专门建筑声学结构，其通常由上顶反声板、后反声板和侧反声板构成，其能够充分地利用有限的自然声能，而不需要使用扩音设备，避免声音的失真。

然而如何不借助电声设备而实现声音的返听，仍然是目前还未解决的，音乐厅中的演奏者无法得到良好的声音反馈，将会对于整个演出的成功造成很大的影响。我们希望利用三维负反射的相关原理设计出一套不借助电路的返听音响。

4.32 理论研究

布拉格散射定律:

依据布拉格散射原理，对于周期性结构的反结构，当反射波声程差为波长的整数倍时，即满足:

$$2d\cos\theta = n\lambda, n = 1,2,3 \dots$$

时，反射声波发生相长干涉；而当声程差为半波长的奇数倍时，即满足

$$2d\cos\theta = (2n - 1)\lambda/2, n = 1,2,3 \dots$$

时，反射声波发生相消干涉。

公式推导:

对二维亥姆霍兹共鸣器为单元的周期结构的反射系数进行如下推导:

周期 : $\Lambda_x = \Lambda_y = \Lambda$

入射波: $p_i = e^{jk(\sin\theta\cos\phi x + jk\sin\theta\sin\phi y + \cos\theta z)}$

由Floquet周期理论，反射波可表示为:

$$p_r = \sum_n \sum_m r_{nm} e^{jk_{x_n}x + jk_{y_m}y - j\sqrt{k^2 - k_{x_n}^2 - k_{y_m}^2}z}$$

$$\text{其中 } k_{x_n} = k \sin\theta \cos\phi + n \frac{2\pi}{\Lambda_x}, k_{y_m} = k \sin\theta \sin\phi + m \frac{2\pi}{\Lambda_y}$$

在 $z = 0$ 平面上，声速表示为入射声速和反射声速的叠加

$$u(x, y, 0) = u_i(x, y, 0) + u_r(x, y, 0)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} jk\rho c u_i = \frac{\partial \rho_i}{\partial z} = jk \cos \theta e^{jk(\sin \theta \cos \phi x + \sin \theta \sin \phi y + \cos \theta z)} \\ jk\rho c u_r = \frac{\partial \rho_r}{\partial z} = \sum_n \sum_m r_{nm} e^{jk_{x_n} x + jk_{y_m} y} e^{-j\sqrt{k^2 - k_{x_n}^2 - k_{y_m}^2} z} (-j\sqrt{k^2 - k_{x_n}^2 - k_{y_m}^2}) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} jk\rho c u_i(x, y, 0) = \frac{\partial \rho_i}{\partial z} = jk \cos \theta e^{jk(\sin \theta \cos \phi x + \sin \theta \sin \phi y)} \\ jk\rho c u_r(x, y, 0) = \frac{\partial \rho_r}{\partial z} = \sum_n \sum_m r_{nm} e^{jk_{x_n} x + jk_{y_m} y} (-j\sqrt{k^2 - k_{x_n}^2 - k_{y_m}^2}) \end{array} \right.$$

$$\begin{aligned} & jk\rho c(u_i(x, y, 0) + u_r(x, y, 0)) \\ &= jk \cos \theta e^{jk(\sin \theta \cos \phi x + \sin \theta \sin \phi y)} + \sum_n \sum_m r_{nm} e^{jk_{x_n} x + jk_{y_m} y} (-j\sqrt{k^2 - k_{x_n}^2 - k_{y_m}^2}) \\ &= jk\rho c u(x, y, 0) \end{aligned}$$

此时我们假设在结构单元满足一定阻抗条件下，按照集总假设计算得到结果与分离计算结果等同，即分别在整个周期上和凹槽开口上对 $\frac{\partial p}{\partial z}$ 积分，于是便有：

$$\begin{aligned} & \int_{-\frac{\Lambda}{2}}^{\frac{\Lambda}{2}} \int_{-\frac{\Lambda}{2}}^{\frac{\Lambda}{2}} (jk \cos \theta) e^{jk \sin \theta \cos \phi x + jk \sin \theta \sin \phi y} e^{-jk_{x_n} x} e^{-jk_{y_m} y} dx dy \\ &+ \int_{-\frac{\Lambda}{2}}^{\frac{\Lambda}{2}} \int_{-\frac{\Lambda}{2}}^{\frac{\Lambda}{2}} \sum_{n_1} \sum_{m_1} r_{n_1 m_1} e^{jk_{x_{n_1}} x} e^{jk_{y_{m_1}} y} (-j\sqrt{k^2 - k_{x_{n_1}}^2 - k_{y_{m_1}}^2}) e^{-jk_{x_{n_2}} x} e^{-jk_{y_{m_2}} y} dx dy \\ &= \int_{-\frac{\Lambda}{2}}^{\frac{\Lambda}{2}} \int_{-\frac{\Lambda}{2}}^{\frac{\Lambda}{2}} (jk \cos \theta) e^{jk_{x_0} x} e^{jk_{y_0} y} e^{-jk_{x_n} x} e^{-jk_{y_m} y} dx dy \\ &+ \int_{-\frac{\Lambda}{2}}^{\frac{\Lambda}{2}} \int_{-\frac{\Lambda}{2}}^{\frac{\Lambda}{2}} \sum_{n_1} \sum_{m_1} r_{n_1 m_1} (-j\sqrt{k^2 - k_{x_{n_1}}^2 - k_{y_{m_1}}^2}) e^{jk_{x_{n_1}} x} e^{-jk_{x_{n_2}} x} e^{jk_{y_{m_1}} y} e^{-jk_{y_{m_2}} y} dx dy \\ &= (jk \cos \theta) \int_{-\frac{\Lambda}{2}}^{\frac{\Lambda}{2}} e^{jk_{x_0} x} e^{-jk_{x_n} x} dx \int_{-\frac{\Lambda}{2}}^{\frac{\Lambda}{2}} e^{jk_{y_0} y} e^{-jk_{y_m} y} dy \\ &+ \sum_{n_1} \sum_{m_1} r_{n_1 m_1} (-j\sqrt{k^2 - k_{x_{n_1}}^2 - k_{y_{m_1}}^2}) \int_{-\frac{\Lambda}{2}}^{\frac{\Lambda}{2}} e^{jk_{x_{n_1}} x} e^{-jk_{x_{n_2}} x} dx \int_{-\frac{\Lambda}{2}}^{\frac{\Lambda}{2}} e^{jk_{y_{m_1}} y} e^{-jk_{y_{m_2}} y} dy \\ &= (jk \cos \theta) \Lambda \delta_{0n} \Lambda \delta_{0m} + r_{m_2 n_2} (-j\sqrt{k^2 - k_{x_{n_1}}^2 - k_{y_{m_1}}^2}) \Lambda \cdot \Lambda \\ &= (jk \cos \theta) \Lambda^2 \delta_{0n} \delta_{0m} + r_{m_2 n_2} (-j\sqrt{k^2 - k_{x_{n_1}}^2 - k_{y_{m_1}}^2}) \Lambda^2 \end{aligned}$$

$$\text{其中 } k_{x_n} = k \sin \theta \cos \phi + n \frac{2\pi}{\Lambda_x}, k_{y_m} = k \sin \theta \sin \phi + m \frac{2\pi}{\Lambda_y}$$

同时又注意 $\frac{\partial p}{\partial z}$ 对一个 Λ 周期的积分等于对开口处的积分

$$\begin{aligned} & \int_{-\frac{\Lambda}{2}}^{\frac{\Lambda}{2}} \int_{-\frac{\Lambda}{2}}^{\frac{\Lambda}{2}} (jk \cos \theta) e^{jk \sin \theta \cos \phi x + jk \sin \theta \sin \phi y} e^{-jk_{x_n} x} e^{-jk_{y_m} y} dx dy \\ & + \int_{-\frac{\Lambda}{2}}^{\frac{\Lambda}{2}} \int_{-\frac{\Lambda}{2}}^{\frac{\Lambda}{2}} \sum_{n_1} \sum_{m_1} r_{n_1 m_1} e^{jk_{x_{n_1}} x} e^{jk_{y_{m_1}} y} (-j \sqrt{k^2 - k_{x_{n_1}}^2 - k_{y_{m_1}}^2}) e^{-jk_{x_{n_2}} x} e^{-jk_{y_{m_2}} y} dx dy \\ & = \int_{-\frac{\Lambda}{4} + \frac{b}{4}}^{\frac{\Lambda}{4} + \frac{3b}{4}} \int_{-\frac{\Lambda}{4} + \frac{b}{4}}^{\frac{\Lambda}{4} + \frac{3b}{4}} jk \rho cu(x, y, 0) e^{-jk_{x_{n_2}} x} e^{-jk_{y_{m_2}} y} dx dy \\ & + \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} jk \rho cu(x, y, 0) e^{-jk_{x_{n_2}} x} e^{-jk_{y_{m_2}} y} dx dy \\ & + \int_{\frac{\Lambda}{4} - \frac{b}{4}}^{\frac{\Lambda}{4} + \frac{3b}{4}} \int_{\frac{\Lambda}{4} - \frac{b}{4}}^{\frac{\Lambda}{4} + \frac{3b}{4}} jk \rho cu(x, y, 0) e^{-jk_{x_{n_2}} x} e^{-jk_{y_{m_2}} y} dx dy \end{aligned}$$

(2-2.1-5)

其中

$$U_1(z) = \int_{-\frac{\Lambda}{4} + \frac{b}{4}}^{\frac{\Lambda}{4} + \frac{3b}{4}} \int_{-\frac{\Lambda}{4} + \frac{b}{4}}^{\frac{\Lambda}{4} + \frac{3b}{4}} u(x, y, z) dx dy$$

$$U_2(z) = \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} u(x, y, z) dx dy$$

$$U_3(z) = \int_{\frac{\Lambda}{4} - \frac{b}{4}}^{\frac{\Lambda}{4} + \frac{3b}{4}} \int_{\frac{\Lambda}{4} - \frac{b}{4}}^{\frac{\Lambda}{4} + \frac{3b}{4}} u(x, y, z) dx dy$$

那么

$$U_1(0) = \int_{-\frac{\Lambda}{4} + \frac{b}{4}}^{\frac{\Lambda}{4} + \frac{3b}{4}} \int_{-\frac{\Lambda}{4} + \frac{b}{4}}^{\frac{\Lambda}{4} + \frac{3b}{4}} u(x, y, 0) dx dy$$

$$U_2(0) = \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} u(x, y, 0) dx dy$$

$$U_3(0) = \int_{\frac{\Lambda}{4} - \frac{b}{4}}^{\frac{\Lambda}{4} + \frac{3b}{4}} \int_{\frac{\Lambda}{4} - \frac{b}{4}}^{\frac{\Lambda}{4} + \frac{3b}{4}} u(x, y, 0) dx dy$$

整理 (2-2.1-5) 式, 得

$$\begin{aligned}
 & (jk \cos \theta) \Lambda^2 \delta_{0n} \delta_{0m} + r_{n_2 m_2} (-j \sqrt{k^2 - k_{x_{n_2}}^2 - k_{y_{m_2}}^2}) \Lambda^2 \\
 &= jk \rho c U_1(0) \left[\frac{1}{b^2} \int_{-\frac{\Lambda}{4} + \frac{b}{4}}^{\frac{\Lambda}{4} + \frac{3b}{4}} \int_{-\frac{\Lambda}{4} + \frac{b}{4}}^{\frac{\Lambda}{4} + \frac{3b}{4}} e^{-jk_{x_{n_2}} x} e^{-jk_{y_{m_2}} y} dx dy \right] \\
 &+ jk \rho c U_2(0) \left[\frac{1}{b^2} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} e^{-jk_{x_{n_2}} x} e^{-jk_{y_{m_2}} y} dx dy \right] \\
 &+ jk \rho c U_3(0) \left[\frac{1}{b^2} \int_{-\frac{\Lambda}{4} + \frac{b}{4}}^{\frac{\Lambda}{4} + \frac{3b}{4}} \int_{-\frac{\Lambda}{4} + \frac{b}{4}}^{\frac{\Lambda}{4} + \frac{3b}{4}} e^{-jk_{x_{n_2}} x} e^{-jk_{y_{m_2}} y} dx dy \right]
 \end{aligned}$$

为了方便，特作如下定义

$$\begin{aligned}
 R_\Sigma &= \frac{\rho c}{\Lambda^2} \\
 \Phi_{1nm}(\theta) &= \frac{1}{b^2} \int_{-\frac{\Lambda}{4} + \frac{b}{4}}^{\frac{\Lambda}{4} + \frac{3b}{4}} \int_{-\frac{\Lambda}{4} + \frac{b}{4}}^{\frac{\Lambda}{4} + \frac{3b}{4}} e^{-jk_{x_{n_2}} x} e^{-jk_{y_{m_2}} y} dx dy \\
 \Phi_{2nm}(\theta) &= \frac{1}{b^2} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} e^{-jk_{x_{n_2}} x} e^{-jk_{y_{m_2}} y} dx dy \\
 \Phi_{3nm}(\theta) &= \frac{1}{b^2} \int_{-\frac{\Lambda}{4} + \frac{b}{4}}^{\frac{\Lambda}{4} + \frac{3b}{4}} \int_{-\frac{\Lambda}{4} + \frac{b}{4}}^{\frac{\Lambda}{4} + \frac{3b}{4}} e^{-jk_{x_{n_2}} x} e^{-jk_{y_{m_2}} y} dx dy
 \end{aligned}$$

那么

$$\begin{aligned}
 & (jk \cos \theta) \Lambda^2 \delta_{0n} \delta_{0m} + r_{n_2 m_2} \Lambda^2 (-jk \sqrt{k^2 - k_{x_{n_2}}^2 - k_{y_{m_2}}^2}) \\
 &= jk \rho c [U_1(0) \Phi_{1nm}(\theta) + U_2(0) \Phi_{2nm}(\theta) + U_3(0) \Phi_{3nm}(\theta)] \\
 & (jk \cos \theta) \delta_{0n} \delta_{0m} + r_{n_2 m_2} (-jk \sqrt{k^2 - k_{x_{n_2}}^2 - k_{y_{m_2}}^2}) \\
 &= jk R_\Sigma [U_1(0) \Phi_{1nm}(\theta) + U_2(0) \Phi_{2nm}(\theta) + U_3(0) \Phi_{3nm}(\theta)] \\
 & \text{记 } a_{n_2 m_2} = \sqrt{k^2 - k_{x_{n_2}}^2 - k_{y_{m_2}}^2}
 \end{aligned}$$

$$r_{n_2 m_2} = (-ja_{n_2 m_2})^{-1} (-jk \cos \theta \delta_{0n} \delta_{0m}) + (-ja_{n_2 m_2})^{-1} jk R_\Sigma \begin{bmatrix} U_1(0) \Phi_{1nm}(\theta) \\ + U_2(0) \Phi_{2nm}(\theta) + U_3(0) \Phi_{3nm}(\theta) \end{bmatrix}$$

(不妨令 $n = n_2, m = m_2$)

$$r_{nm} = (-ja_{nm})^{-1} (-jk \cos \theta \delta_{0n} \delta_{0m}) + (-ja_{nm})^{-1} jk R_\Sigma \begin{bmatrix} U_1(0) \Phi_{1nm}(\theta) \\ + U_2(0) \Phi_{2nm}(\theta) + U_3(0) \Phi_{3nm}(\theta) \end{bmatrix}$$

在 $z=0$ 平面上，声压亦可表示为入射声压和反射声压的叠加，即

$$p(x, y, 0) = p_i(x, y, 0) + p_r(x, y, 0)$$

由Floquet周期理论, 可得:

$$p(x, y, 0) = e^{jk \sin \theta \cos \phi x + jk \sin \theta \sin \phi y} + \sum_n \sum_m r_{nm} e^{jk_{x_n} x + jk_{y_m} y} \quad (2-2.1-9)$$

将(2-2.1-7)代入(2-2.1-9)可得:

$$p(x, y, 0) = e^{jk \sin \theta \cos \phi x + jk \sin \theta \sin \phi y} \left\{ (-ja_{nm})^{-1} (-jk \cos \theta \delta_{0n} \delta_{0m}) + \sum_n \sum_m (-ja_{nm})^{-1} jk R_\Sigma \left[\begin{array}{l} U_1(\theta) \Phi_{1nm}(0) \\ + U_2(0) \Phi_{2nm}(\theta) + U_3(0) \Phi_{3nm}(\theta) \end{array} \right] \right\} e^{jk_{x_n} x + jk_{y_m} y}$$

(插入, 化简整理一下 r_{nm})

$$r_{nm} = (-ja_{nm})^{-1} (-jk \cos \theta \delta_{0n} \delta_{0m}) + (-ja_{nm})^{-1} jk R_\Sigma \left[\begin{array}{l} U_1(0) \Phi_{1nm}(\theta) \\ + U_2(0) \Phi_{2nm}(\theta) + U_3(0) \Phi_{3nm}(\theta) \end{array} \right]$$

$$a_{nm} = \sqrt{k^2 - k_{x_n}^2 - k_{y_m}^2}$$

$$k_{x_n} = k \sin \theta \cos \phi + n \frac{2\pi}{\Lambda_x}$$

$$k_{y_m} = k \sin \theta \sin \phi + m \frac{2\pi}{\Lambda_y}$$

$$k_{x_0} = k \sin \theta \cos \phi$$

$$k_{y_0} = k \sin \theta \sin \phi$$

$$a_{00} = \sqrt{k^2 - k^2 \sin^2 \theta \cos^2 \phi - k^2 \sin^2 \theta \sin^2 \phi}$$

$$= \sqrt{k^2 (1 - \sin^2 \theta)} = \sqrt{k^2 \cos^2 \theta} = |k \cos \theta|$$

取 $a_{00} = -k \cos \theta$, 那么

$$r_{nm} = (-ja_{nm})^{-1} (-ja_{00} \delta_{0n} \delta_{0m}) + (-ja_{nm})^{-1} jk R_\Sigma \left[\begin{array}{l} U_1(0) \Phi_{1nm}(\theta) \\ + U_2(0) \Phi_{2nm}(\theta) + U_3(0) \Phi_{3nm}(\theta) \end{array} \right]$$

$$r_{nm} = \delta_{0n} \delta_{0m} - (ja_{nm})^{-1} R_\Sigma \left[\begin{array}{l} U_1(0) \Phi_{1nm}(\theta) \\ + U_2(0) \Phi_{2nm}(\theta) + U_3(0) \Phi_{3nm}(\theta) \end{array} \right]$$

(至此 r_{nm} 化简结束)

所以,

$$\begin{aligned}
 & p(x, y, 0) \\
 &= e^{jk \sin \theta \cos \phi x + jk \sin \theta \sin \phi y} + \sum_n \sum_m \{ \delta_{0n} \delta_{0m} - (ja_{nm})^{-1} R_\Sigma \left[\begin{array}{l} U_1(0) \Phi_{1nm}(\theta) \\ + U_2(0) \Phi_{2nm}(\theta) + U_3(0) \Phi_{3nm}(\theta) \end{array} \right] \} e^{jk_{x_n} x + jk_{y_m} y} \\
 &= e^{jk \sin \theta \cos \phi x + jk \sin \theta \sin \phi y} + \sum_n \sum_m \delta_{0n} \delta_{0m} e^{jk_{x_n} x + jk_{y_m} y} \\
 &\quad - \sum_n \sum_m (ja_{nm})^{-1} R_\Sigma \left[\begin{array}{l} U_1(0) \Phi_{1nm}(\theta) \\ + U_2(0) \Phi_{2nm}(\theta) + U_3(0) \Phi_{3nm}(\theta) \end{array} \right] e^{jk_{x_n} x + jk_{y_m} y}
 \end{aligned}$$

又由

$$k_{x_n} = k \sin \theta \cos \phi + n \frac{2\pi}{\Lambda_x}$$

$$k_{y_m} = k \sin \theta \sin \phi + m \frac{2\pi}{\Lambda_x}$$

所以

$$\sum_n \sum_m \delta_{0n} \delta_{0m} e^{jk_{x_n} x + jk_{y_m} y} = e^{jk \sin \theta \cos \phi x + jk \sin \theta \sin \phi y}$$

$$\begin{aligned}
 & p(x, y, 0) \\
 &= 2e^{jk \sin \theta \cos \phi x + jk \sin \theta \sin \phi y} \\
 &\quad - \sum_n \sum_m \{ (ja_{nm})^{-1} R_\Sigma \left[\begin{array}{l} U_1(0) \Phi_{1nm}(\theta) \\ + U_2(0) \Phi_{2nm}(\theta) + U_3(0) \Phi_{3nm}(\theta) \end{array} \right] \} e^{jk_{x_n} x + jk_{y_m} y}
 \end{aligned} \tag{2-2.1-11}$$

对(2-2.1-11)式分别在三个凹槽开口处积分

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{b^2} \int_{-\frac{\Lambda}{4} + \frac{b}{4}}^{\frac{\Lambda}{4} + \frac{3b}{4}} \int_{-\frac{\Lambda}{4} + \frac{b}{4}}^{\frac{\Lambda}{4} + \frac{3b}{4}} p(x, y, 0) dx dy = \frac{1}{b^2} \int_{-\frac{\Lambda}{4} + \frac{b}{4}}^{\frac{\Lambda}{4} + \frac{3b}{4}} \int_{-\frac{\Lambda}{4} + \frac{b}{4}}^{\frac{\Lambda}{4} + \frac{3b}{4}} 2e^{jk \sin \theta \cos \phi x + jk \sin \theta \sin \phi y} dx dy \\
 &\quad - \frac{1}{b^2} \int_{-\frac{\Lambda}{4} + \frac{b}{4}}^{\frac{\Lambda}{4} + \frac{3b}{4}} \int_{-\frac{\Lambda}{4} + \frac{b}{4}}^{\frac{\Lambda}{4} + \frac{3b}{4}} \sum_n \sum_m \{ (ja_{nm})^{-1} R_\Sigma \left[\begin{array}{l} U_1(0) \Phi_{1nm}(\theta) \\ + U_2(0) \Phi_{2nm}(\theta) + U_3(0) \Phi_{3nm}(\theta) \end{array} \right] \} e^{jk_{x_n} x + jk_{y_m} y} dx dy
 \end{aligned} \tag{2-2.1-12a}$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{b^2} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} p(x, y, 0) dx dy = \frac{1}{b^2} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} 2e^{jk \sin \theta \cos \phi x + jk \sin \theta \sin \phi y} dx dy \\
 &\quad - \frac{1}{b^2} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \sum_n \sum_m \{ (ja_{nm})^{-1} R_\Sigma \left[\begin{array}{l} U_1(0) \Phi_{1nm}(\theta) + U_2(0) \Phi_{2nm}(\theta) \\ + U_3(0) \Phi_{3nm}(\theta) \end{array} \right] \} e^{jk_{x_n} x + jk_{y_m} y} dx dy
 \end{aligned} \tag{2-2.1-13a}$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{b^2} \int_{\frac{\Lambda}{4} - \frac{b}{4}}^{\frac{\Lambda}{4} + \frac{3b}{4}} \int_{\frac{\Lambda}{4} - \frac{b}{4}}^{\frac{\Lambda}{4} + \frac{3b}{4}} p(x, y, 0) dx dy = \frac{1}{b^2} \int_{\frac{\Lambda}{4} - \frac{b}{4}}^{\frac{\Lambda}{4} + \frac{3b}{4}} \int_{\frac{\Lambda}{4} - \frac{b}{4}}^{\frac{\Lambda}{4} + \frac{3b}{4}} 2e^{jk \sin \theta \cos \phi x + jk \sin \theta \sin \phi y} dx dy \\ & - \frac{1}{b^2} \int_{\frac{\Lambda}{4} - \frac{b}{4}}^{\frac{\Lambda}{4} + \frac{3b}{4}} \int_{\frac{\Lambda}{4} - \frac{b}{4}}^{\frac{\Lambda}{4} + \frac{3b}{4}} \sum_n \sum_m \{ (ja_{nm})^{-1} R_{\Sigma} \left[\begin{array}{l} U_1(0) \Phi_{1nm}(\theta) \\ + U_2(0) \Phi_{2nm}(\theta) + U_3(0) \Phi_{3nm}(\theta) \end{array} \right] \} e^{jk_{x_n} x + jk_{y_m} y} dx dy \end{aligned} \quad (2-2.1-14a)$$

下面化简上面三个积分式

由于

$$\Phi_{100}(0) = \frac{1}{b^2} \int_{\frac{\Lambda}{4} - \frac{b}{4}}^{\frac{\Lambda}{4} + \frac{3b}{4}} \int_{\frac{\Lambda}{4} - \frac{b}{4}}^{\frac{\Lambda}{4} + \frac{3b}{4}} e^{-jk \sin \theta \cos \phi x - jk \sin \theta \sin \phi y} dx dy$$

$$\Phi_{200}(0) = \frac{1}{b^2} \int_{\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \int_{\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} e^{-jk \sin \theta \cos \phi x - jk \sin \theta \sin \phi y} dx dy$$

$$\Phi_{300}(0) = \frac{1}{b^2} \int_{\frac{\Lambda}{4} - \frac{b}{4}}^{\frac{\Lambda}{4} + \frac{3b}{4}} \int_{\frac{\Lambda}{4} - \frac{b}{4}}^{\frac{\Lambda}{4} + \frac{3b}{4}} e^{-jk \sin \theta \cos \phi x - jk \sin \theta \sin \phi y} dx dy$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{b^2} \int_{\frac{\Lambda}{4} - \frac{b}{4}}^{\frac{\Lambda}{4} + \frac{3b}{4}} \int_{\frac{\Lambda}{4} - \frac{b}{4}}^{\frac{\Lambda}{4} + \frac{3b}{4}} p(x, y, 0) dx dy = \frac{1}{b^2} \int_{\frac{\Lambda}{4} - \frac{b}{4}}^{\frac{\Lambda}{4} + \frac{3b}{4}} \int_{\frac{\Lambda}{4} - \frac{b}{4}}^{\frac{\Lambda}{4} + \frac{3b}{4}} 2e^{jk \sin \theta \cos \phi x + jk \sin \theta \sin \phi y} dx dy \\ & - \sum_n \sum_m (ja_{nm})^{-1} \frac{1}{b^2} \int_{\frac{\Lambda}{4} - \frac{b}{4}}^{\frac{\Lambda}{4} + \frac{3b}{4}} \int_{\frac{\Lambda}{4} - \frac{b}{4}}^{\frac{\Lambda}{4} + \frac{3b}{4}} \Phi_{1nm}(\theta) e^{jk_{x_n} x + jk_{y_m} y} dx dy R_{\Sigma} U_1(0) \\ & - \sum_n \sum_m (ja_{nm})^{-1} \frac{1}{b^2} \int_{\frac{\Lambda}{4} - \frac{b}{4}}^{\frac{\Lambda}{4} + \frac{3b}{4}} \int_{\frac{\Lambda}{4} - \frac{b}{4}}^{\frac{\Lambda}{4} + \frac{3b}{4}} \Phi_{2nm}(\theta) e^{jk_{x_n} x + jk_{y_m} y} dx dy R_{\Sigma} U_2(0) \\ & - \sum_n \sum_m (ja_{nm})^{-1} \frac{1}{b^2} \int_{\frac{\Lambda}{4} - \frac{b}{4}}^{\frac{\Lambda}{4} + \frac{3b}{4}} \int_{\frac{\Lambda}{4} - \frac{b}{4}}^{\frac{\Lambda}{4} + \frac{3b}{4}} \Phi_{3nm}(\theta) e^{jk_{x_n} x + jk_{y_m} y} dx dy R_{\Sigma} U_3(0) \\ & = 2\Phi_{100}^*(\theta) - \sum_{n,m} (ja_{nm})^{-1} |\Phi_{1nm}(\theta)|^2 R_{\Sigma} U_1(0) - \sum_{n,m} (ja_{nm})^{-1} \Phi_{1nm}^*(\theta) \Phi_{2nm}(\theta) R_{\Sigma} U_2(0) \\ & - \sum_{n,m} (ja_{nm})^{-1} \Phi_{1nm}^*(\theta) \Phi_{3nm}(\theta) R_{\Sigma} U_3(0) \end{aligned} \quad (2-2.1-12b)$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{b^2} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} p(x, y, 0) dx dy = \frac{1}{b^2} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} 2e^{jk \sin \theta \cos \phi x + jk \sin \theta \sin \phi y} dx dy \\
 & - \sum_n \sum_m (ja_{nm})^{-1} \frac{1}{b^2} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \Phi_{1nm}(\theta) e^{jk_{x_n} x + jk_{y_m} y} dx dy R_{\Sigma} U_1(0) \\
 & - \sum_n \sum_m (ja_{nm})^{-1} \frac{1}{b^2} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \Phi_{2nm}(\theta) e^{jk_{x_n} x + jk_{y_m} y} dx dy R_{\Sigma} U_2(0) \\
 & - \sum_n \sum_m (ja_{nm})^{-1} \frac{1}{b^2} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \Phi_{3nm}(\theta) e^{jk_{x_n} x + jk_{y_m} y} dx dy R_{\Sigma} U_3(0) \\
 & = 2\Phi_{200}^*(\theta) - \sum_{n,m} (ja_{nm})^{-1} \Phi_{2nm}^*(\theta) \Phi_{1nm}(\theta) R_{\Sigma} U_1(0) - \sum_{n,m} (ja_{nm})^{-1} |\Phi_{2nm}(\theta)|^2 R_{\Sigma} U_2(0) \\
 & - \sum_{n,m} (ja_{nm})^{-1} \Phi_{2nm}^*(\theta) \Phi_{3nm}(\theta) R_{\Sigma} U_3(0)
 \end{aligned} \tag{2-2.1-13b}$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{b^2} \int_{\frac{\Lambda}{4}-\frac{3b}{4}}^{\frac{\Lambda}{4}+\frac{3b}{4}} \int_{\frac{\Lambda}{4}-\frac{3b}{4}}^{\frac{\Lambda}{4}+\frac{3b}{4}} p(x, y, 0) dx dy = \frac{1}{b^2} \int_{\frac{\Lambda}{4}-\frac{3b}{4}}^{\frac{\Lambda}{4}+\frac{3b}{4}} \int_{\frac{\Lambda}{4}-\frac{3b}{4}}^{\frac{\Lambda}{4}+\frac{3b}{4}} 2e^{jk \sin \theta \cos \phi x + jk \sin \theta \sin \phi y} dx dy \\
 & - \sum_n \sum_m (ja_{nm})^{-1} \frac{1}{b^2} \int_{\frac{\Lambda}{4}-\frac{3b}{4}}^{\frac{\Lambda}{4}+\frac{3b}{4}} \int_{\frac{\Lambda}{4}-\frac{3b}{4}}^{\frac{\Lambda}{4}+\frac{3b}{4}} \Phi_{1nm}(\theta) e^{jk_{x_n} x + jk_{y_m} y} dx dy R_{\Sigma} U_1(0) \\
 & - \sum_n \sum_m (ja_{nm})^{-1} \frac{1}{b^2} \int_{\frac{\Lambda}{4}-\frac{3b}{4}}^{\frac{\Lambda}{4}+\frac{3b}{4}} \int_{\frac{\Lambda}{4}-\frac{3b}{4}}^{\frac{\Lambda}{4}+\frac{3b}{4}} \Phi_{2nm}(\theta) e^{jk_{x_n} x + jk_{y_m} y} dx dy R_{\Sigma} U_2(0) \\
 & - \sum_n \sum_m (ja_{nm})^{-1} \frac{1}{b^2} \int_{\frac{\Lambda}{4}-\frac{3b}{4}}^{\frac{\Lambda}{4}+\frac{3b}{4}} \int_{\frac{\Lambda}{4}-\frac{3b}{4}}^{\frac{\Lambda}{4}+\frac{3b}{4}} \Phi_{3nm}(\theta) e^{jk_{x_n} x + jk_{y_m} y} dx dy R_{\Sigma} U_3(0) \\
 & = 2\Phi_{300}^*(\theta) - \sum_{n,m} (ja_{nm})^{-1} \Phi_{3nm}^*(\theta) \Phi_{1nm}(\theta) R_{\Sigma} U_1(0) \\
 & - \sum_{n,m} (ja_{nm})^{-1} \Phi_{3nm}^*(\theta) \Phi_{2nm}(\theta) R_{\Sigma} U_2(0) \\
 & - \sum_{n,m} (ja_{nm})^{-1} |\Phi_{3nm}(\theta)|^2 R_{\Sigma} U_3(0)
 \end{aligned} \tag{2-2.1-14b}$$

记

$$\begin{aligned}
 \bar{p}_1(0) &= \frac{1}{b^2} \int_{\frac{\Lambda}{4}-\frac{3b}{4}}^{\frac{\Lambda}{4}+\frac{3b}{4}} \int_{\frac{\Lambda}{4}-\frac{3b}{4}}^{\frac{\Lambda}{4}+\frac{3b}{4}} p(x, y, 0) dx dy \\
 \bar{p}_2(0) &= \frac{1}{b^2} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} p(x, y, 0) dx dy \\
 \bar{p}_3(0) &= \frac{1}{b^2} \int_{\frac{\Lambda}{4}-\frac{3b}{4}}^{\frac{\Lambda}{4}+\frac{3b}{4}} \int_{\frac{\Lambda}{4}-\frac{3b}{4}}^{\frac{\Lambda}{4}+\frac{3b}{4}} p(x, y, 0) dx dy
 \end{aligned}$$

将写(2-2.1-12b), (2-2.1-13b), (2-2.1-14b)成以下简化形式:

$$2\Phi_{100}^*(\theta) - \bar{p}_1(0) = Z_{11}U_1(0) + Z_{12}U_2(0) + Z_{13}U_3(0)$$

$$2\Phi_{200}^*(\theta) - \bar{p}_2(0) = Z_{21}U_1(0) + Z_{22}U_2(0) + Z_{23}U_3(0)$$

$$2\Phi_{300}^*(\theta) - \bar{p}_3(0) = Z_{31}U_1(0) + Z_{32}U_2(0) + Z_{33}U_3(0)$$

$$Z_{11} = \sum_{n,m} (ja_{nm})^{-1} |\Phi_{1nm}(\theta)|^2 R_\Sigma$$

$$Z_{12} = \sum_{n,m} (ja_{nm})^{-1} \Phi_{1nm}^*(\theta) \Phi_{2nm}(\theta) R_\Sigma$$

$$Z_{13} = \sum_{n,m} (ja_{nm})^{-1} \Phi_{1nm}^*(\theta) \Phi_{3nm}(\theta) R_\Sigma$$

$$Z_{21} = \sum_{n,m} (ja_{nm})^{-1} \Phi_{2nm}^*(\theta) \Phi_{1nm}(\theta) R_\Sigma$$

$$Z_{22} = \sum_{n,m} (ja_{nm})^{-1} |\Phi_{2nm}(\theta)|^2 R_\Sigma$$

$$Z_{23} = \sum_{n,m} (ja_{nm})^{-1} \Phi_{2nm}^*(\theta) \Phi_{3nm}(\theta) R_\Sigma$$

$$Z_{31} = \sum_{n,m} (ja_{nm})^{-1} \Phi_{3nm}^*(\theta) \Phi_{1nm}(\theta) R_\Sigma$$

$$Z_{32} = \sum_{n,m} (ja_{nm})^{-1} \Phi_{3nm}^*(\theta) \Phi_{2nm}(\theta) R_\Sigma$$

$$Z_{33} = \sum_{n,m} (ja_{nm})^{-1} |\Phi_{3nm}(\theta)|^2 R_\Sigma$$

其中, 表达式中互阻抗的形式体现了三个共鸣器之间的耦合, 三个共鸣器管口处的阻抗可以由阻抗转移公式得到:

$$Z_{a0} = \frac{\rho c}{b^2} \frac{Z_{a1} - j \frac{\rho c}{b^2} \tan kl}{\frac{\rho c}{b^2} - j Z_{a1} \tan kl}$$

由于共鸣器的阻抗很大, $Z_{a1} \rightarrow \infty$

则三个管口处的阻抗分别表示为

$$Z_1 = \frac{j\rho c}{b^2 \tan(kl_1)}, Z_2 = \frac{j\rho c}{b^2 \tan(kl_2)}, Z_3 = \frac{j\rho c}{b^2 \tan(kl_3)}$$

写出三个管口处声压、阻抗、体积速度关系式

$$\bar{p}_1(0) = Z_1 U_1(0)$$

$$\bar{p}_2(0) = Z_2 U_2(0)$$

$$\bar{p}_3(0) = Z_3 U_3(0)$$

$$\begin{bmatrix} Z_{11} + Z_1 & Z_{12} & Z_{13} \\ Z_{21} + Z_2 & Z_{22} & Z_{23} \\ Z_{31} + Z_3 & Z_{32} & Z_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1(0) \\ U_2(0) \\ U_3(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_{100}^*(\theta) \\ \Phi_{200}^*(\theta) \\ \Phi_{300}^*(\theta) \end{bmatrix}$$

解得: $U_1(0) = \frac{D_1}{D}, U_2(0) = \frac{D_2}{D}, U_3(0) = \frac{D_3}{D}$

$$\begin{bmatrix} U_1(0) \\ U_2(0) \\ U_3(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_{100}^*(\theta) \\ \Phi_{200}^*(\theta) \\ \Phi_{300}^*(\theta) \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} Z_{11} + Z_1 & Z_{12} & Z_{13} \\ Z_{21} + Z_2 & Z_{22} & Z_{23} \\ Z_{31} + Z_3 & Z_{32} & Z_{33} \end{bmatrix}, D_1 = \begin{bmatrix} 2\Phi_{100}^*(\theta) & Z_{12} & Z_{13} \\ 2\Phi_{200}^*(\theta) & Z_{22} & Z_{23} \\ 2\Phi_{300}^*(\theta) & Z_{32} & Z_{33} \end{bmatrix},$$

$$D_2 = \begin{bmatrix} Z_{11} + Z_1 & 2\Phi_{100}^*(\theta) & Z_{13} \\ Z_{21} + Z_2 & 2\Phi_{200}^*(\theta) & Z_{23} \\ Z_{31} + Z_3 & 2\Phi_{300}^*(\theta) & Z_{33} \end{bmatrix}, D_3 = \begin{bmatrix} Z_{11} + Z_1 & Z_{12} & 2\Phi_{100}^*(\theta) \\ Z_{21} + Z_2 & Z_{22} & 2\Phi_{200}^*(\theta) \\ Z_{31} + Z_3 & Z_{32} & 2\Phi_{300}^*(\theta) \end{bmatrix}$$

$$r_{00} = 1 - (ja_{00})^{-1} \Phi_{100}(\theta) R_{\Sigma} U_1(0) - (ja_{00})^{-1} \Phi_{200}(\theta) R_{\Sigma} U_2(0) - (ja_{00})^{-1} \Phi_{300}(\theta) R_{\Sigma} U_3(0)$$

4.33 实验仿真

我们利用 COMSOL 软件设计出三维负反射结构图:

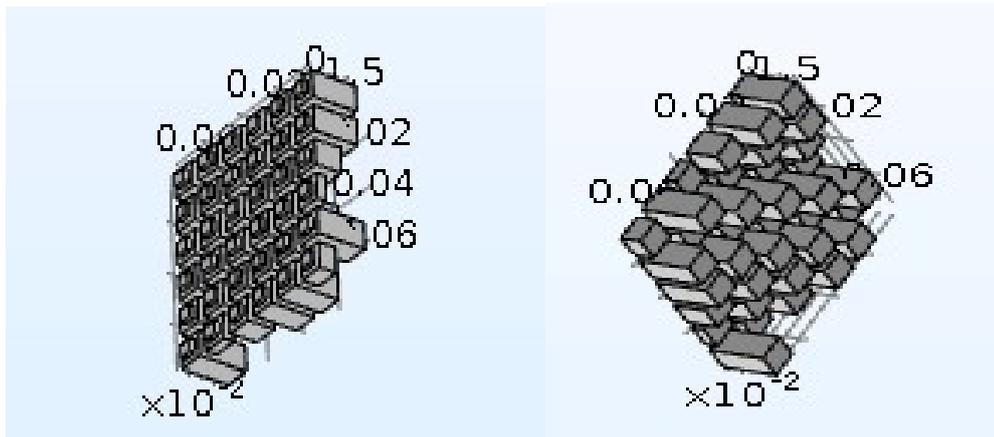


图 26 三维负反射结构图

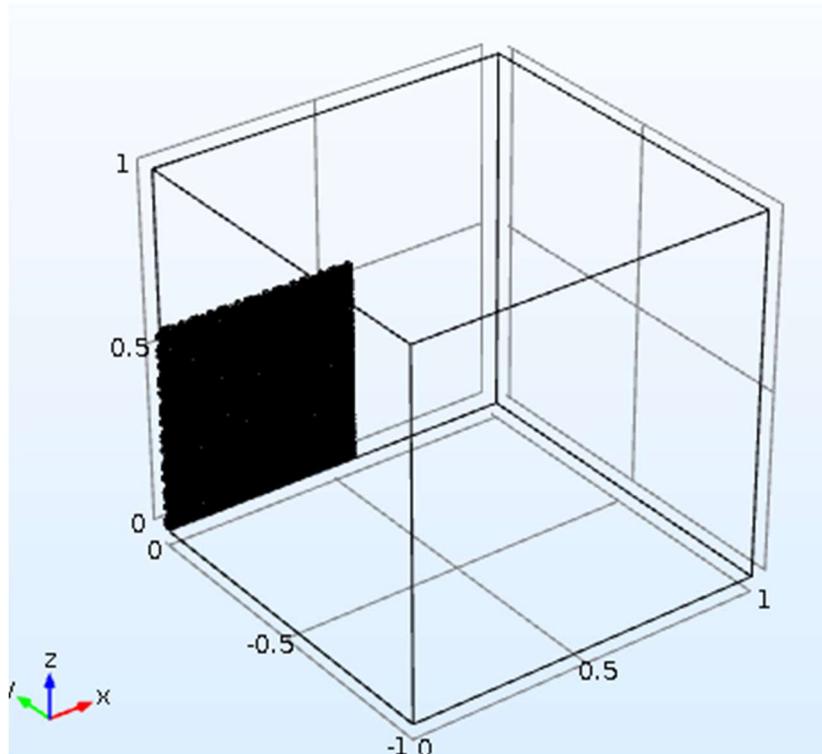


图 27 三维仿真结构

背景场

▼ 背景压力场

背景压力场类型:
平面波

压力幅值:
 p_0 1 Pa

声速:
 c 来自材料

材料:
域材料

波方向:

e_k	$\sin(160/180 \cdot \pi)$	x
	$\cos(160/180 \cdot \pi)$	y
	$\sin(160/180 \cdot \pi)$	z

图 28 三维仿真参数设定

背景场设置全域平面波，方向各向倾斜 20° 。

二维组图

选择 3000hz，在此频率得到的反射效果明显，因为 comsol 的网格是以 3000hz 进行设置的

yz 平面 $x=0.4$ 总声压场

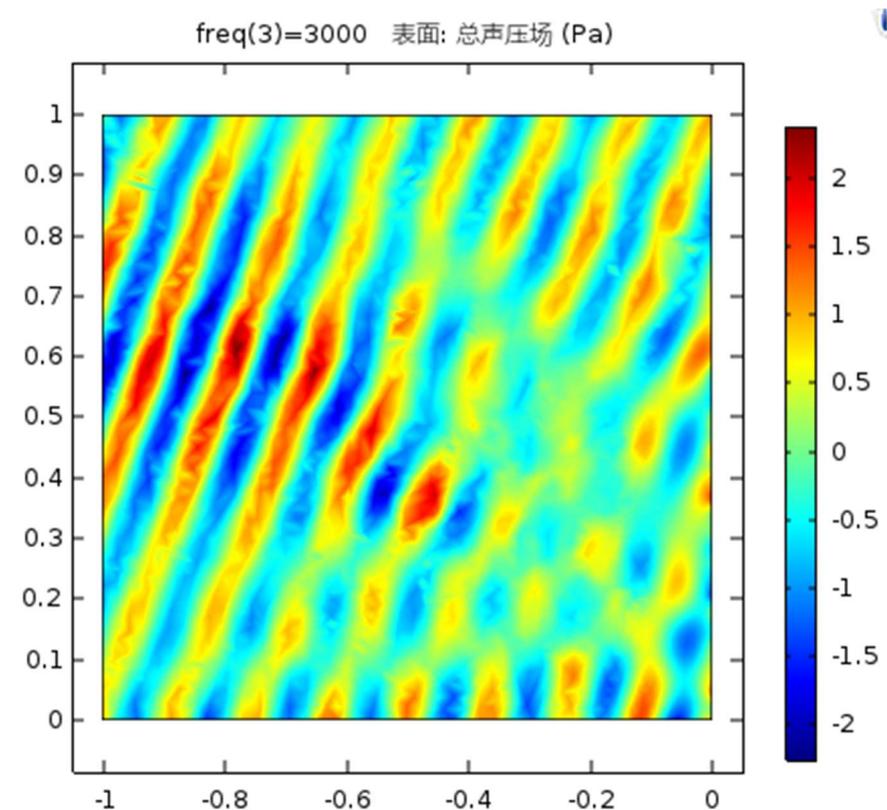


图 29 总声压场

存在入射波和反射波，可以看见明显的平面波，但是反射的部分相消了所以看不出来

1. 散射声场

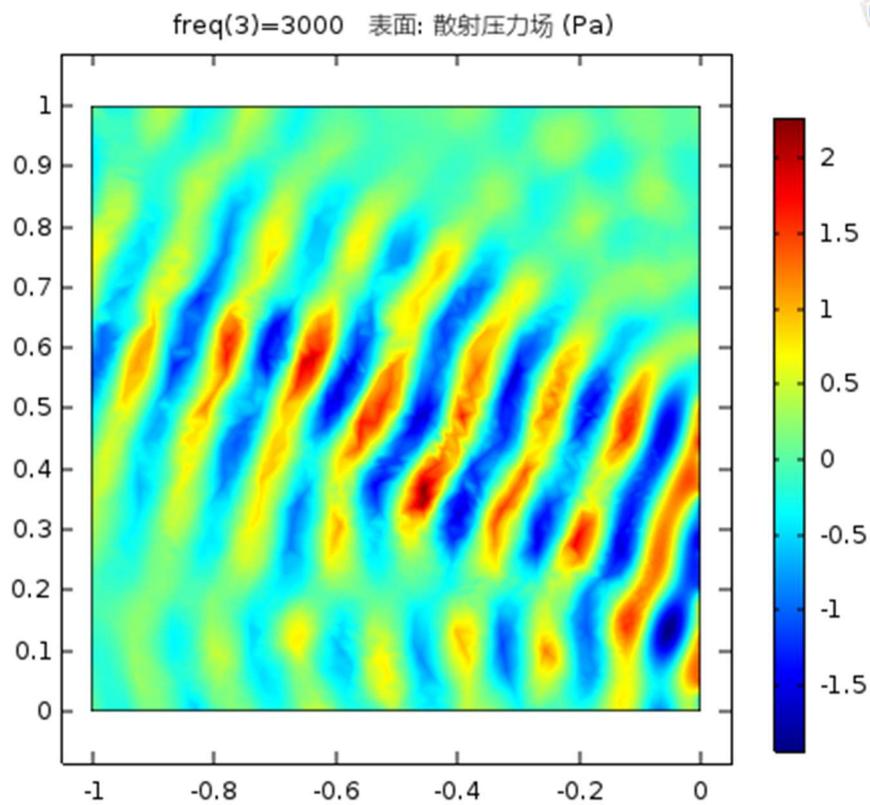


图 30 散射声场

设置成只有散射场的数据，可以明显的看到遇到结构后反射的平面波沿着原方向反射，而非遵循 snell 定理反射，证明结构在 yz 面达到了负反射的效果。

散射声场绝对值

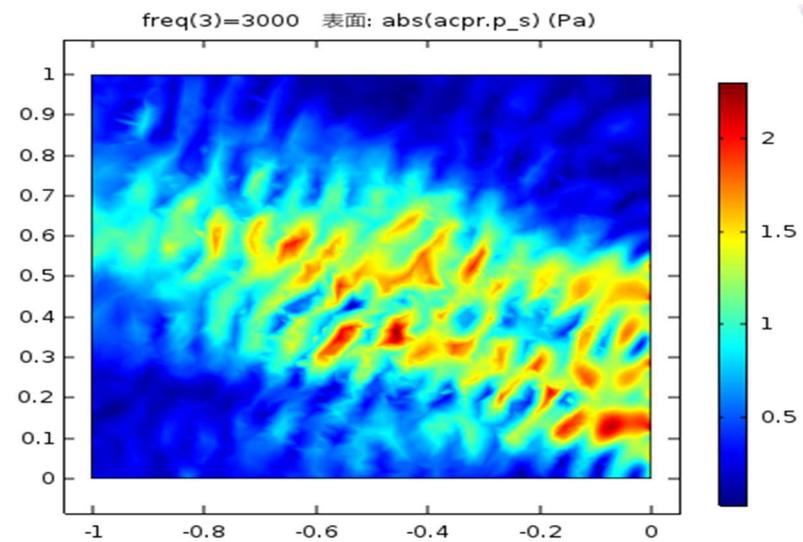


图 31 散射声场绝对值

对散射场取绝对值，观察能量的分布，同样符合实验预期。

2、xy 平面 $z=0.4$

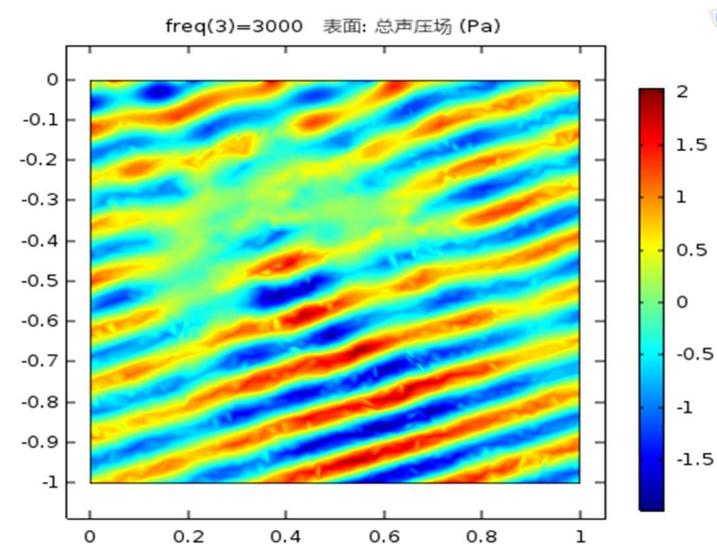
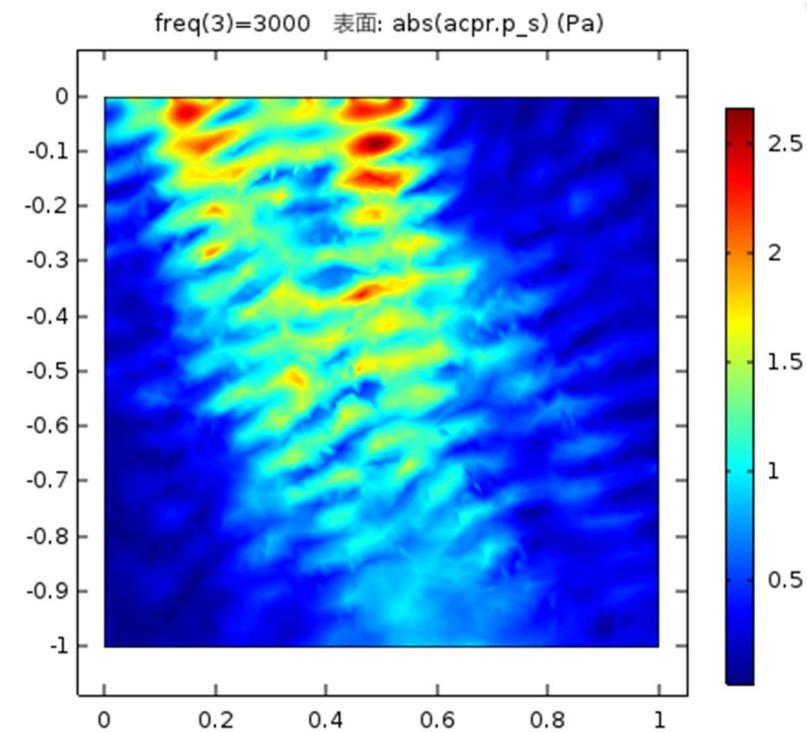
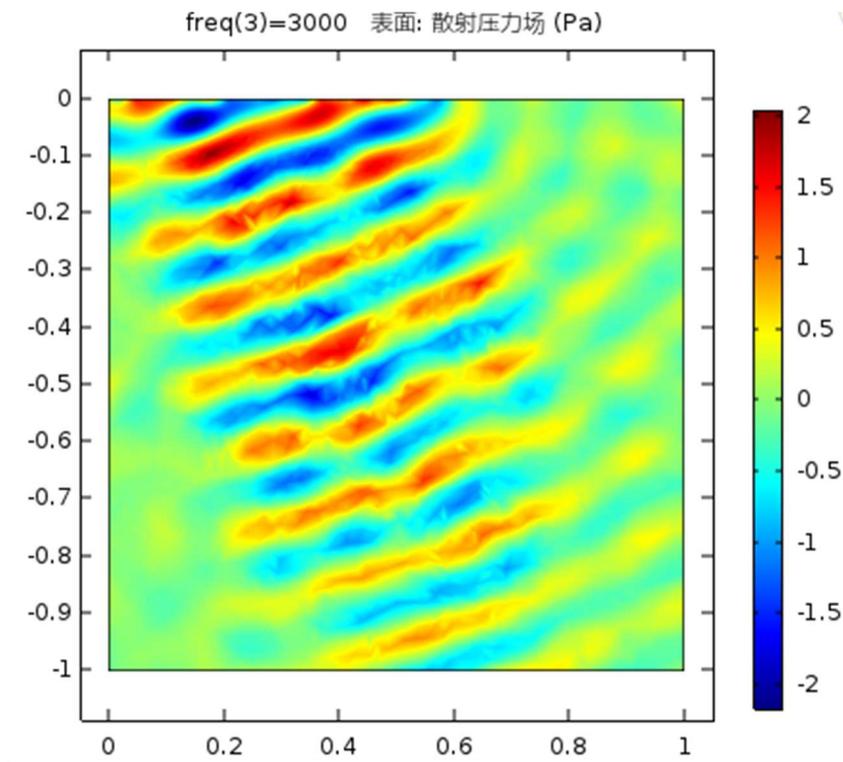


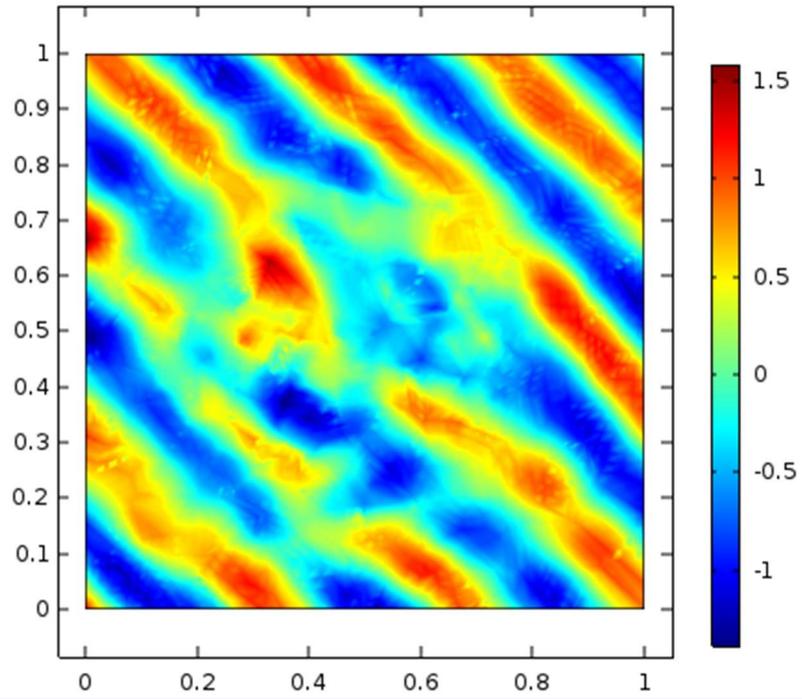
图 32 xy 平面



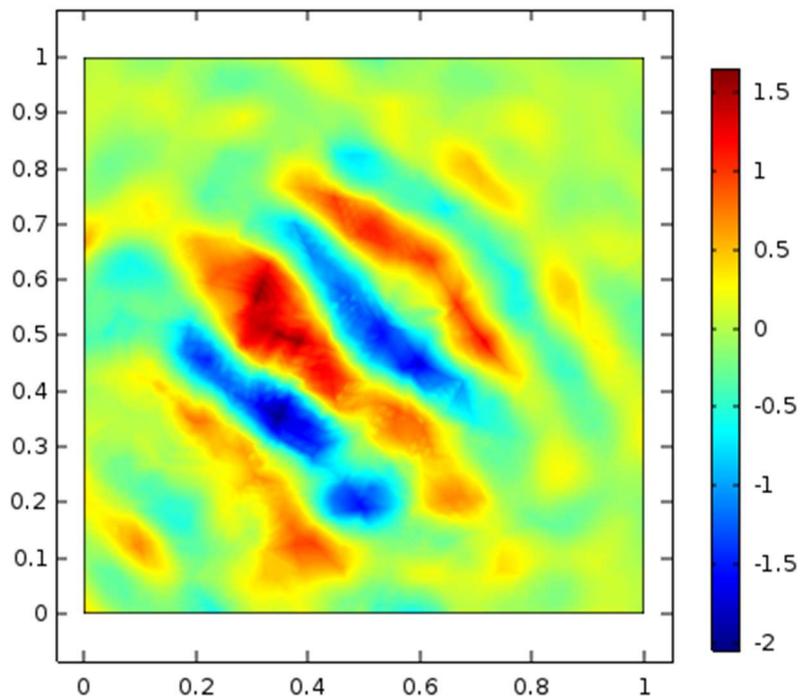
同理，在 xy 平面达到负反射效果。

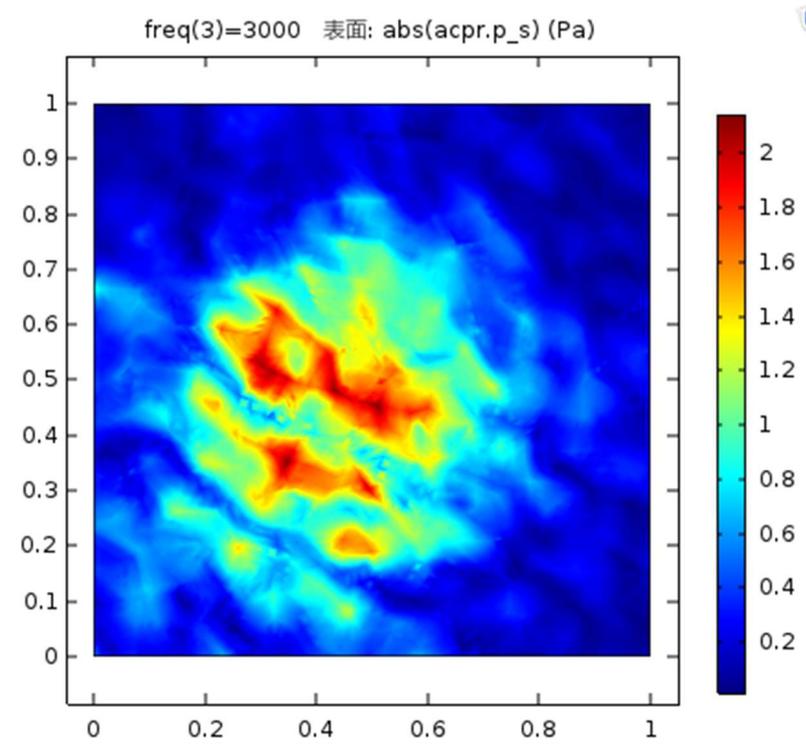
3、 zx 平面 $y=-0.4$

freq(3)=3000 表面: 总声压场 (Pa)



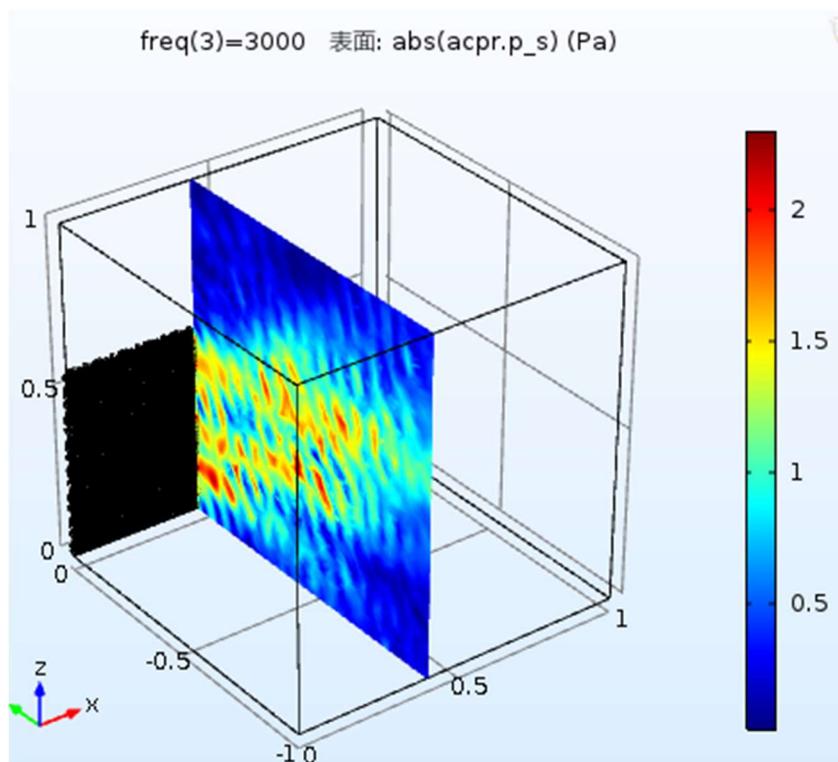
freq(3)=3000 表面: 散射压力场 (Pa)

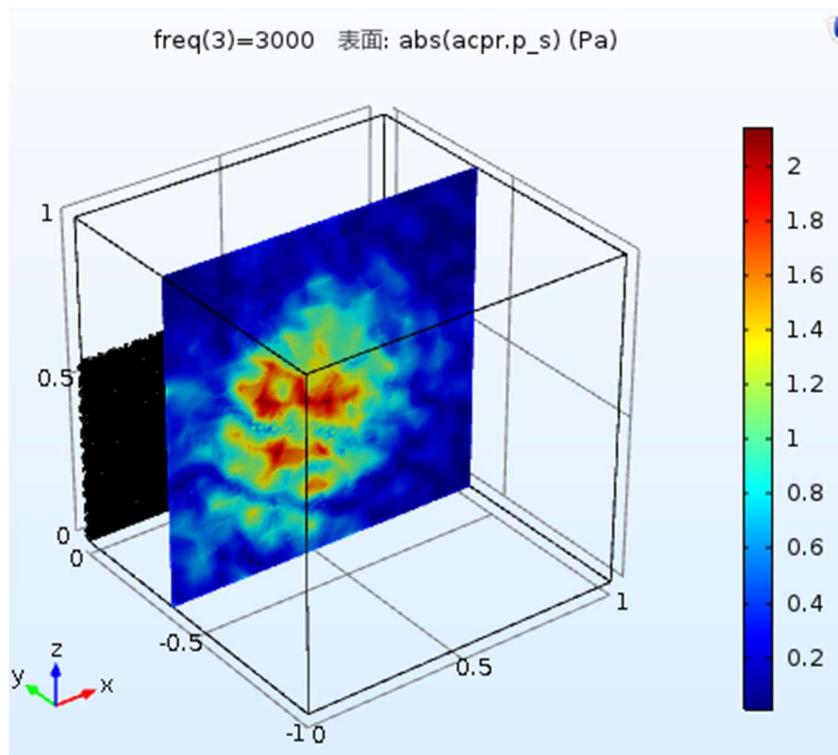
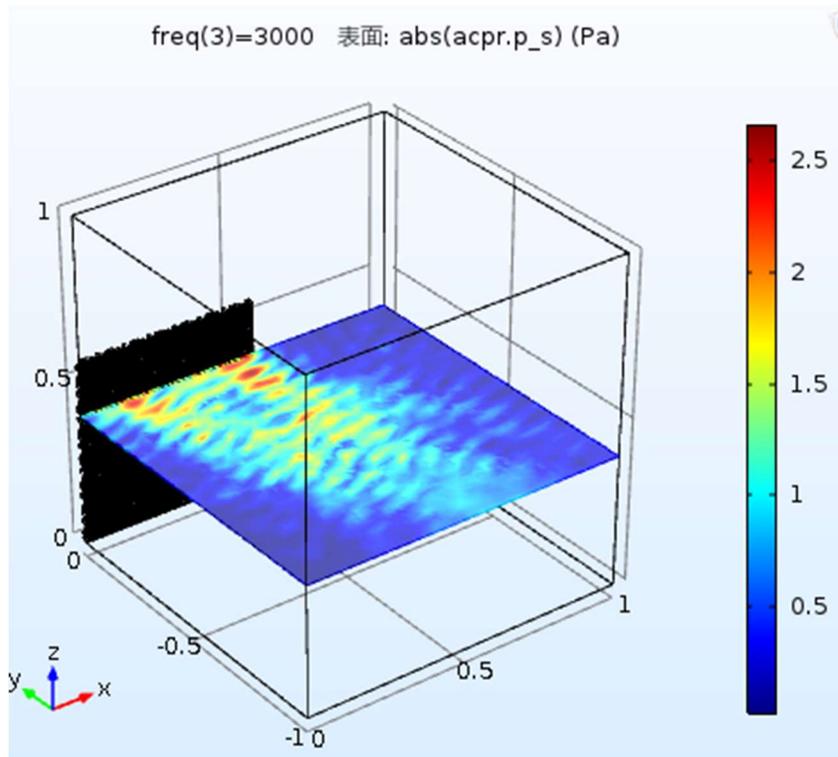


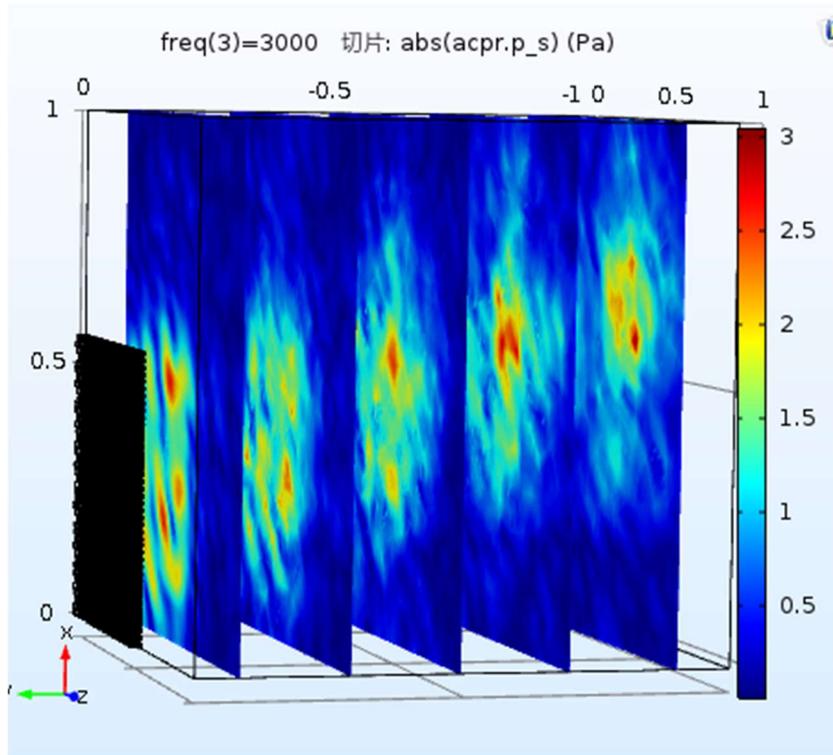


在 xz 平面即与结构平行的平面也可以观察到反射回来的声波，能量集中且与结构形状以及平面波的方向吻合。

三维图

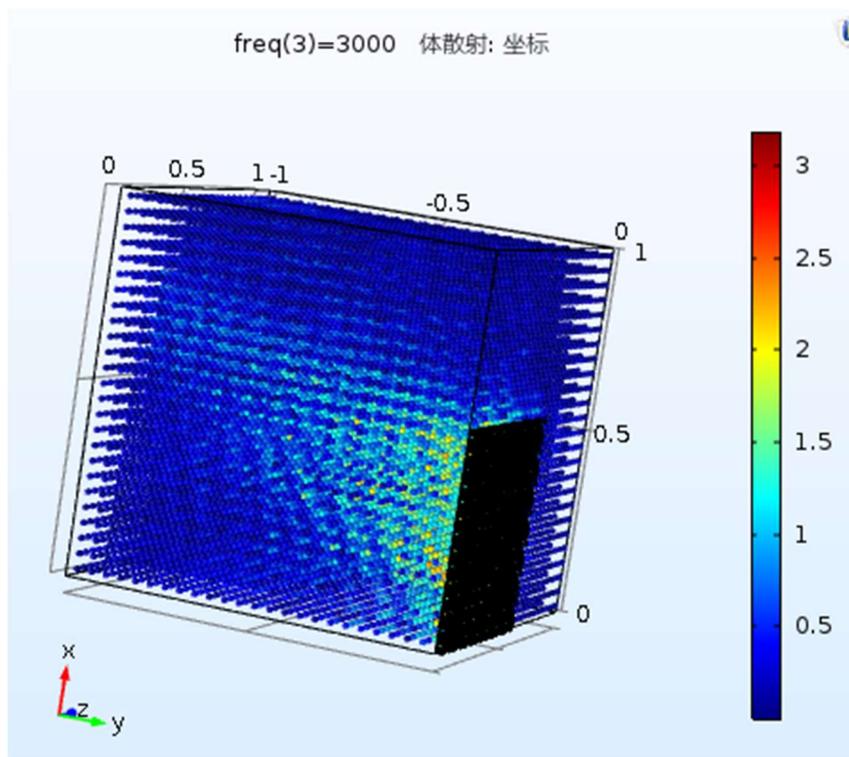


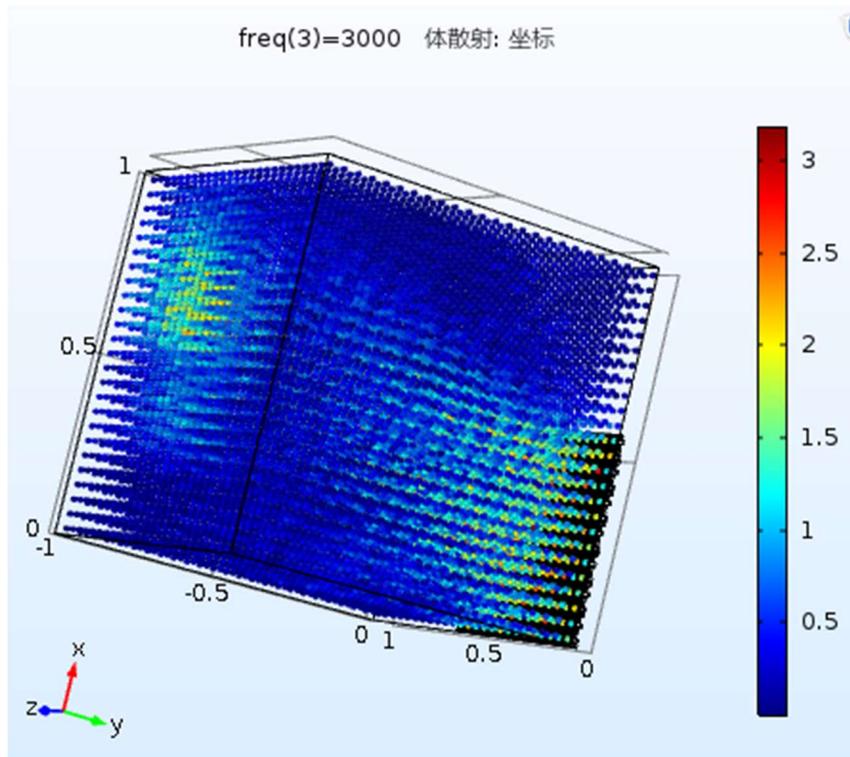




从 xz 面的切片也可以看出能量是沿着声波入射方向反射的。

体散射 (25 点)





从三维角度也可以观察到反射的能量符合负反射原理。

5.总结

5.1.研究内容的特色与创新

本项目从理论上研究清楚了声波负反射的成因及反射系数与材料参数及入射波信号关系，这为进一步的研究奠定了坚实的基础。以前的人工超构材料波阵面操控的相关研究，对很多概念不清，仅仅是某一参数进行了仿真，就可以进行实验。但有时候，实验出现问题，就很难清楚地找到问题所在。本项目，运用所学地声学知识，从理论本质上解释了负反射现象，为以后相关领域地研究探索奠定了基础。

本项目将人工超材料与社会生产生活很好结合。在完成负反射的理论和仿真后，团队成员在傅圣雪教授的引导下创造性地提出了自然声返听音响这一应用背景。一方面可以切实解决歌剧自然声演唱中的返听问题；另一方面可以实现人工超材料和社会生产生活较好的结合。

5.2.项目完成及取得的成果

本项目已经完成了二维负反射的理论研究、实验仿真、现场试验的内容，已经完成三维负反射的理论研究、实验仿真等内容。相关成果已经在 SCI 二区期刊，已发表论文《Broadband and wide-angle blazed acoustic gratings using multiple coupled Helmholtz resonators》¹ (Appl. Phys. Express 10, 097201 (2017))；申请国家发明专利《可编程波振面操控装置》²，已获公开，公开号 CN106898344A；申请国家发明专利《声波反射导管相位校准系统及校准方法》³，已获公开，公开号 CN106949921A。

5.3.项目未来展望

声学是一门古老而又年轻的学科。一方面理论成熟于十八世纪，相较于当

¹ 附件一：《Broadband and wide-angle blazed acoustic gratings using multiple coupled Helmholtz resonators》

² 附件二：《可编程波振面操控装置》

³ 附件三：《声波反射导管相位校准系统及校准方法》

今兴起量子计算、人工智能、物联网技术，声学实属“老一辈”；但随着人工超构材料兴起，通过局域共振耦合来实现小尺寸控制大波长的声波，进而操控声波干涉，从而实现声场能量的重新分布，这又是短短二十年的事情。所以说，学科是古老的，但是研究方法是新的。但是，这些新的研究方法发展了近二十年，一直没有一个很好的与社会生产生活相结合的应用。

在此背景下，将超材料引入应用科学领域里将是一个非常前瞻性的东西。

同时，我们注意到，在歌剧院，例如青岛歌剧院、维也纳金色大厅，纯人声的演唱缺少返听音响。多少年来，不是人们没有注意到这个问题，而是缺少有效的解决措施。常规的反射结构仅仅遵循 snell 定律，很难将演员的声音再返送给演员；另外面对演唱者的低频声音，传统返送结构的尺寸往往要做得比较巨大。这对于空间十分有限的歌剧院来说，显然又是不切实际的。那么，将超材料引入这一领域是否可行？在二十一世纪之前，理论没有发展，想应用到这一领域，根本没有基础。时至今日，懂声学的知识分子又有几个热爱舞台设计呢？

所以，在重重阻碍苦难下，想到将人工超构材料应用于室内声学设计的少之又少。

但我们的团队成员，非常难得地具备科学和艺术地双重素养。在傅圣雪教授地指导下，创造性地提出了自然声返听音响地设计，旨在解决自然声歌剧院演唱者返听问题。

在国家级大学生创新创业训练计划中，我们对理论和仿真进行了探索研究，发现具有可行性。但囿于实验条件和时间的问题，没有进行现场实验。如果之后有机会，一定将这样的探索进行下去。因为，科研探索绝不止步于国创的结题。不停的动力源泉永远来自于那份对艺术与科学的信仰与执着。

5.4.团队成员项目感受

武凯

职务：项目常务负责人，

职能：主管项目文案公关，攻关理论研究

感受：

为期一年半的国创项目就要结题了，回想之前的种种，感觉自己收获了很

多，也成长了很多。

在专业知识方面，加深了对声学基础有关内容的理解，较好地做到了学以致用，同时提高了自己公式推导的能力；通过阅读相关的论文，了解到了声学领域的研究课题，对自己以后的研究方向有了更加清晰的认识。通过完成相关实验，一方面提高了自己的动手能力，另一方面提高了自己思考问题和解决问题的能力。

在老师身上，我感受到了一个科研工作者对学术研究的热爱和认真，自己也被深深地震撼到。从队友身上我学到了认真严谨的态度、发散开阔的思维方式以及他们领导协作的能力，渐渐地我也学会了如何在一个团队中与队友合作共处，如何相互包容、相互理解，为了共同的目标而努力。尽管在研究过程中我们遇到过很多问题也发生过很多争执，但我们都没有放弃，我们要做的是想办法解决问题而不是被问题阻挡了前进的脚步，我发现当我们认真地去做好一件事情，并为了做好它而付出自己的努力时，结果如何已经不重要了，因为在这个过程中我们就会收获很多。正因为我们曾经一起奋斗过，所以这些经历才是最令人难忘也是最令人自豪的。

但自己也有很多做的不好的地方，对于团队的领导少了很多规划，对于项目的研究也有很多欠缺的地方，希望在以后的学习生活中继续锻炼自己，向着更好的自己不断前进。

牛小宇

职务：项目执行负责人

职能：主管项目进度安排，攻关理论研究

感受：

通过中国海洋大学大学生创新创业训练项目，自己收获很多。

首先，认识到集体力量的伟大。团队成员中有牛小宇、武凯、李欢、李晨光、赵尚，大家在整理实验室时，分工合作，自觉主动地承担脏活累活；在项目进展时，自觉完成各自的分工，不可否认的是，我们每个人都有拖延的惰性。这并不可怕，而且再正常不过，但我们小组成员相互鼓励，相互批评、指正、鞭策，使得大家能够共同进步、提高。所以，自己始终坚信，绝不是一个人在战斗！

其次，认识到管理和分工的重要性。只有真正自己去做了，才知道一件事情有多难。并不是将某个任务硬性分配给成员就可以了，而是要考虑到每一位成员的特长和性格。做到合理分配，并且在任务执行过程中要适时地督促，做到实时掌握任务工作的进展情况。

最后，小组中的每一个成员都让自己很佩服。踏实肯干的晨光，总能将每次会议内容记录清晰；慢条斯理的李欢，从来无所畏惧、与世无争，因为“一万年太久，只争朝夕”；性格率真的武凯，从来第一时间、毫不客气地指出我的错误，一方面猝不及防，另一方面命中要害；外表平静，但内心波涛汹涌、无比浪漫地赵尚，细致地拍摄了实验器材地各个参数和尺寸，客气、谦逊是我学习的榜样。

最后的最后，一定一定要感谢的是傅圣雪教授和郁高坤副教授。每当向傅老师请教问题，傅老师从来都是满怀激情，斗志昂扬！也非常感谢傅圣雪教授能借给我们使用鸟儿实验室，也正因为如此，我们才能有条件随时作战会议！感谢郁老师对于我想法的支持，财力、物力、人力上的支持，使得项目得以进展，直至今天。

我也无比坚信，大家的不懈努力，负反射的工作一定可以到达前所未有的高度。位置不在高低，而在攀登；成果无分贵贱，而在精彩；项目没有始末，重在过程。

李欢

职务：项目财务总监

职能：主管项目的经费运作，主攻建模仿真

感想：

这次 srdp 我是带着想要让自己变得更努力，更接近科研的想法参加的，事实证明我的愿望达到了。除此之外，还认识了很多有梦想有能力的人，接触到这么多优秀的人让我对很多事情有了更多不同的看法。

言归正传，我们这次项目的研究内容是负反射结构，这本身就是一个很创新的课题，我们和学长在未知中摸索分析，这整个过程给了我深刻的印象和收获，如何判断错误还有误差分析，这是实验中十分重要但也很繁琐的一部分，就

算你的理论和仿真都完成了，最后就因为一个小的误差和变量也会使整个实验变得没有意义。

科研的严谨性让我敬佩，科研的无限可能性也让我渴望，这都是我通过 srdp 所了解到的我以前所未能真切感受到的东西。我在团体中负责了报账和仿真工作，很感谢组长和组员对我的信任信赖，让我能真切参与到项目和小组工作中，让我能在这一年多成长。

最后我想说，我们小组真的是一个团结的小组，大家都很优秀并愿意为小组作出自己相应的一份努力，爱你们~

李晨光

职务：项目骨干成员

职能：主管项目的数据处理，主攻资料整理

感受：

这一次的国创经历就要告一段落了，在这一过程中我收获了很多很多，收获了国创团队宝贵的友谊，收获了对于声学理论更为深刻的认识，收获了对于声学仿真软件更为灵活的运用等等。同时我也深刻地认识到科研的过程是充满艰辛的，唯有坚持才能够战胜困难，在这一点上我很感激我的队友们，每当遇到困难的时候，他们所展现出的强大毅力都给予了我很大的鼓舞，告诉我没有什么困难是不可战胜的。

我也很感激我们的导师——郁高坤老师，他所展现出的对于科研的激情以及非常扎实的理论基础让我们团队的每个人在这一过程中都受益匪浅，在今后的科研道路上，我们每个人都要以郁老师为榜样，将他所传递出来的优秀品质继承并发扬光大。再者，我也很感激我们的院系和我们的学校，感激为我们的项目提供了足够的资金以支持我们不断向前探索，我们所做的声学实验需要购买一些较为昂贵的仪器设备，如果没有国创经费的支持，我们的实验就很难取得较为理想的效果，也就没有成果的出现。

进行自我反思，我认识到自己在此次国创过程中也暴露出了许多问题，其中最为突出的是自己对于很多常用声学理论的理解存在着偏差，导致在实验进行

过程中出现了不少的问题，耽误了很多时间和精力。不过提早暴露出问题在我看来是件好事，有利于及时进行自我纠正，对以后自己的科研道路是有很大益处的。

赵尚

职务：项目骨干成员

职能：主管项目的视觉表达，主攻实验绘图设计

虽然加入这个小组做国创仅仅半年，但是在这个过程中里，我经历了许多事情，学到了许多知识，而最重要的，我了解熟识了许多人。

先是武凯组长，记得我们第一次面对面谈话，是在北区的咖啡厅里，她邀请我加入小组，在两个小时的谈话里，她向我详细介绍国创的内容和进度，希望我可以加入小组，给小组带来新的活力。和武凯说话有一种很心安的感觉，因为武凯总是会认真倾听别人说的话，并且恰当地表达出自己的想法，同时武凯又是一个很乐观坚强的人，无论在生活学习遇到什么苦难，都可以阳光积极地面，带领着我们小组前进。

再是牛小宇同学，谜一样优秀的男生，任劳任怨，小组的核心与灵魂。他身上有一种成熟男人的魅力，做事有条不紊，无论是自律能力、执行能力还是沟通能力都是我见过人里最棒的，如果说武凯组长是扛着小组前进的人，那么牛小宇同学就是指定小组前进方向的人，无论小组遇到什么问题，牛小宇同学都会拿出一套极其详细靠谱的计划出来。

还有可爱的晨光，憨厚老实，做事认真，兢兢业业地记录着小组的每一次讨论，一个人承担了小组大部分最繁琐的工作。

还有美丽的欢哥，细心地管理着小组的经费报账，很努力辛劳地学着 comsol，负责小组的仿真工作。

大家都是很可爱的人，虽然性格迥异，做事风格也不尽相同，可是大家却可以朝着一个方向前进，互相扶持，共同进步。真的很让人感动。

至于我，因为在项目的后半期才加入，对先前的工作没有直接参与，很多事情想帮助大家也没有办法做到，也谢谢大家对我的包容的与鼓励，在半年的时间里，我在大家身上学到了很多。虽然国创就要结题了，但我觉得我们小组会

一直存在下去，克服一个又一个困难，携手共进，忠贞不渝。

6.参考文献

- (1) 杜功焕, 朱哲民. 《声学基础》第三版.南京: 南京大学出版社, 2012.166-167
- (2) 张亚东, 王新龙 “周期镶嵌亥姆霍兹共鸣腔平板的声全背向反射”, 南京大学声学研究所 声学学报 第 36 卷第二期
- (3) 郭政 “宽带背向负反射的研究” 中国海洋大学本科毕业论文 2016
- (4) 张思文 吴九汇 “局域共振复合单元声子晶体结构的低频带隙特性研究” 物理学报 (2013) 134302
- (5) 韦丹 《固体物理》第二版 清华大学出版社 2007-10-1

7.致谢

光阴荏苒。国创一年半的时间是白驹过隙，转瞬即逝。

首先，我觉得整个项目的所有内容和所有结果，最该感谢的人应该是我们团队本身。整个过程中，有欢笑、有泪水、有奋斗、有失败、有踌躇满志、有万念俱灰，但最终还是走下来了，基本完成了开题时的目标规划。想想多少日夜，实属不易。但也正是因为这样，我们才更加深刻地体会到科研工作的不易。

我想，这也正是“中国海洋大学大学生创新创业训练计划”和“国家大学生创新创业训练计划”的初衷吧。所以，无比感激我们生长在一个支持并鼓励创新的时代。

其次，感谢我们的指导老师郁高坤副教授。郁老师为人正气、知识渊博，谈吐行为中透露着知识分子的风骨。而且也很感谢傅圣雪教授，将鸟儿实验室借给我们当团队的会议基地。尽管傅老师已经七十多岁了，但是他的热情时刻感染着我们，每每我们在困难面前想要放弃，傅教授就是我们最大榜样！

然后，感谢董永康研究生、王培峰研究生、迟静博士，对我们的仿真和实验工作给予了很大的帮助。感谢王未同学，对我们的理论梳理工作给予了很大帮助。

最后，感谢我们的父母。感谢你们一直以来在背后默默地支持和鼓励。

七、项目指导教师意见

签字:

年 月 日

八、所在院（系）意见

请按照优秀、合格、不合格给出意见

主管教学院长签字:

院（系）章

年 月 日

九、管理委员会意见

负责人签字:

盖 章:

年 月 日

